STAGE NUMERATION : POWER POINT 1

Nous allons faire rapidement un point sur les mathématiques à l’école, les difficultés des élèves repérées, les programmes du cycle 3 et les objectifs de ce stage.

Vignette 1 : L’histoire de l’école : Explication « dynamique des couvertures par les « mots *» et lecture rapide des évolutions des théories mathématiques.*

La maîtrise de la langue et les mathématiques sont des priorités de l’école depuis des décennies. En 50 ans les choses ont beaucoup changé.

1. Fin 50 début 60, le calcul et l’arithmétique du CP à la classe de fin d’études (certificat d’études primaires) : parfaite maîtrise (y compris technique) des 4 opérations, la connaissance opératoire du système métrique et la capacité de résoudre des problèmes parfois sophistiqués (dont ceux qui nécessitaient le recours à la règle de trois ou aux proportions).
2. 1970, mathématiciens célèbres et Piaget psychologue, une réforme d’ampleur : mathématiques « modernes ». Le postulat : sous–jacentes aux activités cognitives et à leur développement (calcul ou résolution de problèmes) se situaient des savoirs et savoir–faire plus abstraits et plus fondamentaux relatifs à la logique (logique des classes, sériations, etc.), savoirs constituant les bases de l’ensemble de l’édifice mathématique. La priorité de l’enseignement des maths était bouleversée : entreprendre aussi précocement que possible l’appropriation par les élèves de ces savoirs, en recourant pour cela à des situations sollicitant autant que possible l’activité des élèves, lesquels avaient à construire (d’où l’appellation de constructivisme) les connaissances, et non simplement à les apprendre (au sens où ce terme traduirait une attitude passive).
3. 1978-80 : rédaction de nouveaux programmes dus aux difficultés de mise en œuvre malgré la formation intense et l’apport d’Instituts de recherche tels que l’IREM : idée centrale de la construction des connaissances + nouvelle didactique des mathématiques (Brousseau) : nouveau sens au mot « problème ». (cf ERMEL)
4. Plusieurs générations de programmes (1985, 1995, 2002) en forte continuité
5. 2008 : soulignent la liberté pédagogique de chaque enseignant et posent la question de l’accès à la complexité et de la relation entre la résolution des problèmes mathématiques et l’acquisition d’automatismes. Question depuis 70 jugée secondaire notamment par rapport au développement de la logique, fondamentale pour assurer la compréhension des mathématiques et perçue comme difficilement conciliable avec une conception d’ensemble qui avait à juste raison mis l’accent sur la construction par l’élève lui–même des connaissances.
6. Les changements survenus au cours des trois dernières décennies ont conduit à la fois à relever un certain nombre de lacunes dans les performances des élèves et, d’autre part, à reconnaître l’importance de la mémoire et des automatismes dans l’acquisition des savoirs et savoir–faire arithmétiques.

On peut citer Vygotski, Fayol, Brissiaud, Baruk, mais pourquoi pas Freinet, Montessori

Vignette 2 :

1. discipline comme les autres, sauf que… elles ont été élevées au rang de baromètre de la réussite ou de l’échec scolaire.
2. (évaluations CEDRE 2014).

La prise en compte des différences entre individus est une des caractéristiques majeures de nos sociétés technologiquement avancées

Or, force est de constater qu’un nombre important d’élèves se trouve encore en situation d’échec à l’entrée au collège et ne rattrape plus le retard. Cela conditionne parfois l’avenir de certains d’entre eux pour leurs études supérieures.

Vignette 3 : Les difficultés repérées sont souvent les mêmes.

1. La compréhension de ces difficultés a conduit les chercheurs à observer que celles–ci ne relevaient pas d’une origine unique, par exemple un raisonnement défectueux.
2. Certains éprouvent des difficultés dans :

* L’apprentissage des noms des nombres et dans le transcodage (c’est-à-dire le passage de l’oral aux chiffres arabes)
* Le fait d’aligner les chiffres et à les placer dans la bonne position dans les nombres complexes (20010 au lieu de 210)
* La mémorisation des tables, ce qui les oblige à compter laborieusement lors de la résolution des opérations
* La compréhension des énoncés de problèmes mais sont en mesure de résoudre ces problèmes lorsque les données leur sont présentées de manière non verbale. En somme, la compréhension des situations d’ajout, de retrait, de comparaison, etc. ne pose pas problème (les neurosciences ont montré qu’elles étaient naturelles).

1. Ce qui induit les difficultés a trait à l’apparition de la **dimension symbolique**. La mise en correspondance de ces quantités avec des systèmes de symboles, qu’il s’agisse de la suite orale des noms de nombres, des configurations de doigts, des abaques ou des chiffres arabes pose problème à tous les enfants. La compréhension de la numération de position et sa mobilisation dans la résolution des opérations nécessitent un enseignement long, soigneusement organisé, sans doute jusqu’en fin de CE2. Toutefois, chez certains enfants, notamment ceux qui présentent des difficultés langagières ou des troubles visuo–spatiaux, les modalités d’intervention doivent être adaptées et l’enseignement poursuivi au cours du cycle 3. Paradoxalement, chez ces enfants en difficulté, la compréhension du code arabe pose souvent moins de problème que sa mise en œuvre. Et la réitération des explications ne suffit pas à assurer l’amélioration des performances. Un travail technique, systématique et parfois prolongé, visant l’automatisation de certains savoir–faire (= des procédures) est nécessaire et permet à l’attention de se libérer du traitement de dimensions simples pour se reporter sur celles qui exigent le recours à la compréhension.
2. La deuxième difficulté a trait au **passage des transformations (analogiques) aux opérations (symboliques)**. Le fait que les enfants perçoivent et comprennent très précocement et facilement les effets des transformations affectant la quantité (ajout, retrait, partage…) laisse souvent penser à tort qu’ils maîtrisent ou au moins comprennent les opérations (addition, soustraction, multiplication, division...). Cette surestimation des capacités des enfants est d’autant plus vraie lorsque lesdites opérations ne font que simuler le déroulement des transformations : si Paul a 3 billes et que je lui en donne 4, le fait de transcrire 3 + 4 = 7 n’assure en rien que l’addition est acquise ! Dans l’état actuel de nos connaissances, il paraît vraisemblable que l’accès aux opérations permettant, par exemple, d’utiliser une addition pour traiter un retrait (Jean avait des billes. Il en a perdu 18 à la récréation. Il lui en reste 27. Combien en avait–il avant de commencer à jouer ?), est lent et requiert de nombreuses rencontres avec des situations diverses mobilisant chacune des opérations. Nos collègues des États–Unis ont observé voici déjà 20 ans que les situations problèmes proposées aux élèves sont souvent trop limitées (ajout –> addition ; retrait –> soustraction) et n’incitent pas assez les élèves à élaborer une conception mature des opérations ; bref les capacités d’apprentissage des élèves pourraient être sous–estimées**. Il faut donc envisager que c’est en variant les situations** que l’élève peut être amené à découvrir le sens des opérations élémentaires et à en généraliser l’utilisation en s’éloignant d’une conception immature qui associe de manière sommaire des transformations (ajout) et des opérations (addition). D’autres chercheurs ont relevé que les enfants les plus faibles tendent à se limiter à cette conception stéréotypée des opérations, sans que nous soyons en mesure de faire la part de ce qui tient aux difficultés propres à ces élèves et aux modalités d’intervention pédagogique. Ces difficultés ne sont pas homogènes : certaines concernent la compréhension des concepts et situations, d’autres ont trait aux procédures de résolution (addition avec retenue ; algorithme de la multiplication ou de la division…), d’autres enfin aux connaissances mémorisées (les tables). Chacune des acquisitions correspondantes doit être abordée et il faut parfois envisager une programmation sur plusieurs mois pour assurer une acquisition solide ; et il ne peut être exclu que la compréhension soit parfois rapide et que les apprentissages de procédures ou de faits arithmétiques (3 x 6 –> 18) soient ceux qui demandent le plus de temps et d’effort. Toutefois, il est établi que l’efficacité de la résolution des opérations passe à la fois par l’apprentissage et l’exercice de procédures (par exemple en calcul mental) jusqu’à leur automatisation, ceci afin de réserver l’attention aux activités qui ne peuvent être automatisées (compréhension des énoncés, raisonnement, etc.) et par la mémorisation de connaissances telles que les tables. La pratique des situations de résolution, si elle est fréquente et progressive, induit une mémorisation partielle de ces tables. Toutefois, avec le système numérique verbal français, il est rare que cette pratique suffise. Elle doit être complétée par des exercices systématiques de mémorisation. Toutefois, cette mémorisation pose problème à certains enfants et nous ne disposons pas de moyens assurés pour faire face à ces difficultés. En effet, il n’est pas certain qu’un entraînement de type « par cœur » soit pertinent pour tous les enfants et que le recours à des situations problèmes nombreuses et répétées ne soit pas plus efficace.

En résumé, les données recueillies au cours des trois dernières décennies confirment **l’importance à accorder aux situations de résolution de problème** et à la **conceptualisation par les élèves des notions arithmétiques**. Elles mettent aussi en évidence **le caractère fondamental des apprentissages de savoirs**, par exemple ceux qui portent sur les associations entre les opérations et leurs résultats (les tables), et de **savoir–faire** comme les algorithmes de résolution des opérations ou de transcription (transcodage) des nombres en chiffres arabes. Il s’agit d’aboutir à ce que les élèves disposent de connaissances et de procédures leur permettant de réussir des traitements de base en mobilisant le minimum d’attention et de mémoire, de sorte qu’ils puissent consacrer ces ressources aux activités les plus complexes.

VIGNETTE 5 : Programmes Les mots importants

VIGNETTE 6 : Autour de **situations de résolution de problèmes** : critère principal de la maîtrise des connaissances et garantie d’une appropriation du sens. Notions envisagées comme outils. Situations issues d’autres disciplines ou internes aux maths (pas forcément liées à la notion en cours d’étude ou avec une seule solution, pas forcément résolues avec des opérations mais par tâtonnement, recherches…)

**CHERCHER** : prélever et organiser les informations nécessaires à partir de supports variés. S’engager dans une démarche en mobilisant des outils et des procédures, en élaborant un raisonnement adapté.

Tester, essayer plusieurs pistes…

**MODELISER :** Utiliser les mathématiques pour résoudre quelques problèmes issus de situations de la vie quotidienne.

Reconnaitre et distinguer des problèmes relevant de situations additives, multiplicatives, de proportionnalité.

**REPRESENTER :**

Utiliser des outils pour représenter un problème : dessins, schémas, diagrammes, graphiques, écritures avec parenthésages…

Produire et utiliser diverses représentations des fractions simples et des nombres décimaux.

**RAISONNER :** Résoudre des problèmes nécessitant l’organisation de données multiples ou la construction d’une démarche qui combine des étapes de raisonnement.

Progresser collectivement dans une investigation en sachant prendre en compte le point de vue d’autrui.

Justifier ses affirmations et rechercher la validité des informations dont on dispose.

**CALCULER** : Calculer avec des nombres décimaux, de manière exacte ou approchée, en utilisant des stratégies ou des techniques appropriées (mentalement, en ligne, ou en posant les opérations).

Contrôler la vraisemblance de ses résultats.

Utiliser une calculatrice pour trouver ou vérifier un résultat

**COMMUNIQUER** : Utiliser progressivement un vocabulaire adéquat et/ou des notations adaptées pour décrire une situation, exposer une argumentation.

Expliquer sa démarche ou son raisonnement, comprendre les explications d’un autre et argumenter dans l’échange.

VIGNETTE 7-8-9 : LES ATTENDUS DU CYCLE 3

VIGNETTE 10 : Problème affectif ?

De manière générale et pour diverses raisons, parfois liées à leurs propres difficultés d’apprentissages à l’école ou au secondaire, les enseignants n’aiment pas les maths ; ils les considèrent comme une activité contraignante et rébarbative qui leur prend trop de temps sur des activités dans lesquelles les élèves s’investissent beaucoup plus.

Les élèves, peut-être pour les mêmes raisons, n’aiment pas les maths qu’ils considèrent comme une activité qui leur pose des problèmes, les met en échec, met les maîtres et maîtresses en colère et les empêche de jouer à autre chose.

L’objectif est de dépasser dès cette année ces représentations et de faire en sorte que plus d’élèves réussissent en maths en y prenant du plaisir.

VIGNETTE 11 : Les objectifs du stage

Manipulations : cet aspect sera incontournable car il va déterminer les acquisitions du stage. Nous y consacrerons une part conséquente.

Aide à la construction du système positionnel en base 10 : nous l’aborderons par la manipulation.

Bases mathématiques au cycle 3 : nous en ferons le tour au cours des trois jours.