**SITUATION 1 : Compter en base 4**

Situation de départ : vous avez devant vous des allumettes dans une boîte et vous voulez savoir combien il y en a. Vous avez une diﬃculté : vous ne savez compter que jusqu’à quatre ! Vous ne connaissez pas cinq, six, sept .... Si vous le souhaitez, vous avez aussi à votre disposition des élastiques, des sacs de congélation.

Alors vous avez combien d’allumettes dans votre boîte ? REPONSE : 132

Objectif :

Elèves : Construire la notion de «système»

Enseignants : de par la situation «inconfortable» dans laquelle ils se trouvent, bien comprendre deux choses :

1. la multiplicité des diﬃcultés auxquelles sont confrontés les élèves

2. Les différentes facettes des notions de « code » et de « système ». On rappelle que « système » vient du fait que l’on « systématise » une procédure qui est de faire des paquets (de 10), (de 4). Le code ou codage est la manière que l’on choisira pour dire combien de diﬀérents paquets nous avons obtenu et comment le signiﬁer. Des petits paquets, des gros, des très gros, lesquels on énoncera en premier ...

3- Construction du principe de numération (avec des nombres de trois chiﬀres et en base quatre) :

On a donné 30 allumettes à chacun dans une boîte d'allumettes. C'est suffisant pour comprendre la notion de "**système**" c'est-à-dire que l'on systématise quelque-chose qui est le fait de faire des paquets de 4. Chacun a donc sa petite boîte avec ses allumettes dedans. Attention les boîtes sont vendues avec plus d'allumettes à l'intérieur ! Il faut donc compter ... Si tu peux amener des sacs de congélations cela peut-être un plus pour matérialiser par exemple les paquets de 4 paquets de 4 (ce qui serait la centaine en base 10). Et éviterait de dire le petit paquet (4 allumettes), le gros paquet (4 paquets de 4) ...

Pour nous, formateurs, il s’agira de faire comprendre aux collègues, que certains de nos élèves (parfois beaucoup) se retrouvent dans la même situation que certains d’entre eux aujourd’hui à ne pas comprendre ce qu’on leur demande et que **faire des paquets de x unités n’a rien de si naturel que cela mais que c’est «imposé» C’est un système mis au point qui est devenu une norme (les nombres entiers n’ont rien de naturel !**

 Il s’agira aussi de bien mettre en valeur **qu’énoncer en priorité, le plus à gauche possible, les gros paquets, est un choix validé par tous mais on aurait pu en faire un autre**. Donc plus un chiﬀre est à gauche plus il indique un gros paquet. 123 c’est un paquet de cent, les anglais le disent bien : «one hundred ». On a choisi de ne pas dire le «un» mais on doit bien comprendre qu’il y a un gros paquet de cent.

**SITUATION 2 : Mise en avant de la nécessité d’un signe supplémentaire : le zéro**

Par tables, On demande à la moitié des collègues d’écrire 98 en base 4 et à l’autre d’écrire 104.

Les collègues comptent eux-mêmes les allumettes

Procédure Alex :

Faire des paquets de 4.

Au bout de 4 paquets de 4 mettre ces 4 paquets dans un sac de congélation. (On a déjà rangé 16 allumettes).

On refait des paquets de 4. Au bout du 4ème paquet de 4 on met dans un deuxième sac de congél.

On obtient ensuite 4 sacs de congél. (en tout 64 allumettes).

On met ces 4 sacs dans un truc plus gros.

Et on reprend ...

Finalement on a pour 98 allumettes : (en rangeant du plus gros sac au plus petit, mais ne leur dites pas comment ranger) 1 très gros sac (64 allu) puis 2 sacs de congél (32 allum), pas de paquets de 4 et 2 allumettes restantes.

Cela pourrait s'écrire 1 2 0 2. Tu verras que beaucoup de collègues ne matérialiseront pas l'absence de paquets de 4 par un zéro et on aura donc 122 allumettes en base 4. (Si on a convenu qu'à gauche ce sont les gros paquets, on peut convenir qu'ils sont indiqués à droite ...)

Pour 104 allumettes en base 10, on doit obtenir de mémoire 1 2 2 0. (Pas d'unités restantes) Idem, si pas de matérialisation de l'absence d'unités on a 122 c'est-à-dire le même nombre !

Certains trouveront, en base 4, le même nombre : **122**. (En supposant que l’on a validé que les gros paquets sont écrits par ordre décroissant de gauche à droite). Si on trouve le même nombre, c’est bien qu’il y a une erreur quelque part.

Étonnant car ils n’avaient pas le même nombre à écrire. Ils ont oublié de signiﬁer que s’il y a absence d’un type de paquet ou absence d’allumettes-unités, il faut le dire ! Ainsi, dans un cas, nous avons 1 202 allumettes (en base 4 on rappelle) alors que dans l’autre nous en avons 1 220. Ce signe qui permet de marquer l’absence est essentiel !

ON FAIT LA CORRECTION AU TABLEAU (paper board)

**On peut faire des groupes de 64, 16, 4 et des unités (allumettes seules jusqu’à 3)**

Paquets de 4- au bout de 4 paquets, un gros paquet- au bout de 4 gros paquets, un très gros paquet

4 16 **64**

On continue avec les paquets restants :

Restent 34 allumettes pour les uns et 40 pour les autres

**16** et **16** + **2** (allumettes seules) on écrit 1 (64) 2 (2 x16) 0 (paquet de 4) 2 (allumettes seules) 1202

**16** et **16** + 8 (2 petits paquets de 4) on écrit 1 (64) 2 (2x16) 2 (paquets de 4) 0 (allumette seule) 1220