1- Méthodologie clé en main : On va s’intéresser dans la longue manipulation qui va suivre aux nombres décimaux. Nous allons vous proposer une méthodologie pas à pas avec les élèves. Chaque étape que nous allons faire ensemble sera discutée pour faire apparaitre les difficultés, les questions ou les remarques qu’elle génère. Il s’agit de faire la genèse du nombre décimal.

2- CORPUS THEORIQUE : Pourquoi les nombres décimaux : c’est la grande nouveauté du cycle 3 (par rapport au cycle 2) en ce qui concerne les nombres.

Difficultés pour les élèves : pour lire, écrire, comparer et opérer sur des nombres décimaux. L’apparition d’une virgule dans un nombre déstabilise les élèves et peut perturber les acquis antérieurs.

Difficultés pour les enseignants : transmettre, expliquer, faire comprendre cette notion sur les nombres qui possèdent une virgule.

Les démarches des manuels : Les nombres à virgule sont évoqués dans les manuels scolaires par les nombres décimaux. Ils sont vus par les auteurs comme une classe particulière des nombres rationnels. C’est pour cela que les nombres décimaux sont introduits, souvent, par les fractions décimales. La virgule n’est alors qu’un outil qui permet de passer de la forme fractionnaire à la forme décimale. Mais ces deux expressions dissimulent pourtant des connaissances pointues en mathématiques qui ne sont pas explicitées et donc pas comprises par les élèves. (emboîtement des classes numériques)

Objectif : comprendre la virgule (**ce signe d’apparence insignifiant**) et qui porte sur ses épaules un **ensemble de notions mathématiques riches et complexes**.

Remarque : La **virgule** ne s’impose que dans le seul domaine qui est le « continu ». C’est le passage obligé pour représenter un nombre décimal. Nous ferons le choix, pourtant, de présenter la virgule dans le « discontinu ».

3- Dessin d’un kilo de sucre en morceaux et d’1 kilo de sucre en poudre : donne m’en 3. Facile dans le premier cas, incompréhensible dans le second. S’agit-il de 3 grammes, de 3 grains, de 3 pincées, de 3 poignées, de 3 tasses, de 3 décagrammes ?

Cet exemple illustre bien la différence entre les deux situations :

Dans le premier cas, il s’agit du discontinu, du dénombrable, c’est-à-dire des morceaux pour lesquels les « uns » sont constitués. Ces « uns » sont visibles, autonomes. Nous pouvons les déplacer individuellement et à chaque geste que nous faisons nous énonçons un nombre en incrémentant : +1, +1, c’est le comptage.

Nous sommes dans le domaine des éléments discrets. (trois pommes, trois enfants, trois clés). Le comptage est associé au pointage. C’est le champ de la mathématique.

Dans le second cas, il s’agit du continu. C’est alors le domaine de la physique classique de la vie quotidienne, pour lequel, les « uns » n’ont pas de présence visuelle. C’est une quantité de matière non dénombrable.

Dans le discontinu, on compte, alors que dans le continu, c’est-à-dire dans les grandeurs, on mesure.

4- L’arbitraire et le conventionnel de la mesure du continu

La morphologie de nos dix doigts est à l’origine du système décimal adopté depuis des siècles dans le discontinu. Mais, dans le continu, aucun procédé de mesure n’existait sous forme de système universel sur le mode décimal. Lorsqu’on mesurait et que l’étalon était trop grand pour la fin du découpage, la démarche spontanée consistait à couper en deux, en trois . . .

Partager en dix n’a rien de naturel. Ce système métrique est pourtant très fonctionnel et ingénieux. Mais la simplicité des conversions par la pratique du tableau dissimule les raisonnements nécessaires pour les comprendre. Les procédés d’utilisation du tableau demandent simplement d’appliquer. Ajouter des zéros ou déplacer la virgule est trop souvent appris sous la forme d’un automatisme, sans comprendre la portée réelle de cette activité appelée « conversion » qui repose sur l’équivalence numérique.

Dans le continu, les « uns » varient suivant le choix de la personne qui parle. Cette personne doit décider de l’unité qu’elle va utiliser pour énoncer un nombre. Ce choix est alors le moyen de parler de la matière.

Ces unités fusionnent dès qu’il y en a deux ou trois. Si nous parlons de trois seaux de haricots verts pour exprimer la totalité d’une récolte, de trois tasses de lait nécessaires pour faire la sauce, nous avons utilisé des étalons arbitraires mais concrets.

Ce sont les scientifiques français, au moment de la Révolution, lorsqu’ils ont créé le système métrique qui ont fait coïncider le continu et le discontinu dans un même système à base dix.

Mais on pourrait dire aussi : trois kilos de haricots verts, trois décilitres de lait. Cette fois les étalons sont conventionnels puisqu’ils s’appuient sur le système métrique. Ils ont été appris. Ils réclament pour les chiffrer, d’opter pour le système métrique et d’utiliser des instruments mesureurs conventionnels. (Les anglais n’ont pas opté pour notre système métrique)

5- Qu’est-ce que mesurer ?

Rendre du continu, discontinu pour exprimer une quantité de matière à partir d’une unité-étalon choisie. Il s’agit de reporter l’étalon sans chevauchement ni dépassement un certain nombre de fois et de les compter. Pour les étalons conventionnels, une graduation est nécessaire

La physique de base repose sur cette volonté de vouloir chiffrer les phénomènes du continu dans lesquels nous vivons. Il a donc fallu créer une grande variété d’instruments adaptés à chacun de ces phénomènes. Si on analyse bien la langue française, on constate que le nom des instruments créés est formé d’une sonorité qui renvoie au domaine étudié et du mot « mètre ». (chronomètre, altimètre…)

Pourquoi chiffrer des phénomènes qui ne sont pas dénombrables ?

Comparer deux quantités de matière ne peut se faire que grâce à des nombres.

6- Continu-discontinu

Dans le discontinu le comptage commence par « un ». Dans le continu, par « zéro » (exemple d’une règle graduée : commencer par 0 n’est pas simple)

Dans le discontinu, le nombre annoncé tombe juste : combien de moutons ? Dans le continu, jamais : combien pèses-tu ?

D’où le principe des encadrements qui utilisent :

**- Fractions d’unités (un litre et demi, ¾ d’heure)**

**- La virgule pour le système métrique : 1,70 m**

**- Une graduation de plus en plus fine sur une droite**

Dans le discontinu, nombres entiers naturels : 1,3 vache n’a aucun sens (dans la nature on ne compte que du discontinu) D’où la pratique de présenter la virgule et les nombres décimaux aux élèves par le continu : d’où également des obstacles pour les élèves qui n’ont pas les repères pour les franchir)

Cardinal-ordinal : synchronisation des deux aspects dans le discontinu (si on compte des bols, le premier est le 1, le deuxième est le 2… Dans le continu : Le nouveau-né vit en ordinal sa première année, alors que son âge (c’est-à-dire son cardinal) est à « zéro ».

Mais la raison principale pour laquelle nous aborderons les décimaux et la virgule par le discontinu : ce sont les différents aspects du « un » dans le continu (représentation de l’unité) :

— une durée, un intervalle, une quantité de liquide

— un point sur lequel va être inscrit le chiffre « un »

— une autre durée, un autre intervalle, qui succède au premier, en utilisant les fractions ou la virgule.

Lorsque nous parlons, nous employons indifféremment l’un ou l’autre de ces aspects. Mais lorsque nous travaillons dans ce domaine, nous devons être conscients des problèmes qu’il pose.

Illustrations :

- L’âge du bébé est 6 mois, le grand frère dit non il n’est pas plus grand que moi j’ai 3 ans. Comment expliquer la différence d’unités entre années et « mois » ?

- Le temps s’écoule, les mois se succèdent, le bébé grandit, il s’agit bien d’une durée. Enfin le jour de son anniversaire arrive. Ce « 1 » punctiforme est valable exclusivement à ce jour et cette bougie visible est le symbole de son année écoulée. **Il y a décalage entre le « 1 » réel qui dure et sa représentation visible chiffrée sur un point, toujours situé au terme, à l’extrémité de cette unité.** De plus, durant une bonne partie de l’intervalle suivant, pour exprimer son âge on dira : un an et demi (c’est une question que se posent beaucoup d’enfants : combien de temps dure ce demi ?)

- Autre exemple avec la règle graduée : montre-moi un centimètre. Ce n’est pas indiquer un point mais bien un intervalle.

7- Remplir le tableau des différences entre le continu et le discontinu : mettre en regard les différents aspects contradictoires des deux notions : continu et discontinu

8- MANIPULATION : Etape 1 : Préalable : fabriquer des objets-étalons

Deux grandes affiches au tableau : qu’est-ce que cela fait apparaitre comme question ? Chaque personne qui s’interroge sur une difficulté possible l’écrit sans rien dire.

Une idée d’activité : chaque personne qui pourrait avoir une idée d’activité en écrit le titre.

A la fin de chaque étape, on fait un point rapide

Pour aborder les décimaux, l’élève doit fabriquer lui-même les objets étalons qu’il va manipuler. Les élèves doivent se familiariser avec les objets : ces manipulations ont été faites en cycle 2 (mais pas forcément). En tout cas, les élèves, avant d’aborder les décimaux doivent avoir une connaissance parfaite de la numération des entiers en base 10.

Nous pouvons définir :

a) l’étalon qui sert à mesurer le continu C’est soit un étalon arbitraire en utilisant n’importe quel objet comme « un ». Soit un étalon conventionnel par exemple le mètre dans le système métrique.

b) Dans le discontinu, l’entité est un « un ». Dans ce cas, on ne parle pas d’étalon, c’est l’unité.

OBJET-DENOMINATION-PLACE-ECRITURE

**Que peuvent-ils faire d’abord ? que peut-on leur demander ? (stagiaires par 3) Les pré-requis :**

**Donner un tas de pailles, cailloux, coquillages, allumettes, réglettes et les dénombrer : trouver une manière de les dénombrer et de les donner à lire le plus rapidement possible sur la table. Arriver à ce système très pratique de la base 10.**

1. **Intégrer La notion de système** : la fabrication des étalons en base dix n’admet aucune exception. Verbalisation de la notion de système.

— Combien faut-il d’unités pour faire une dizaine ?

— Combien faut-il de dizaines pour faire une centaine ?

— Si je détache une centaine, cela donne combien de dizaines ?

Les regroupements se réalisent toujours par dix et lorsqu’on sépare les éléments groupés, ils donnent systématiquement dix éléments libres. La répétition en boucle des questions suivies des réponses toujours identiques permet de prendre conscience de la systématisation des actions et conduit à cette notion de système.

— Qu’est-ce qu’un système ?

— C’est quelque chose qui se répète toujours pareil.

— C’est quand on fait toujours la même chose.

— Qu’est-ce qui est toujours pareil ?

— Lorsque je fais des paquets ou que je coupe c’est toujours par dix.

1. **nommer les étalons** (unité, dizaine, centaine) : c’est l’unité qui sert de pivot aux dénominations. Fabriquer des étiquettes
2. **ranger, classer** (sériation sur un « tapis numérique ») Conception d’un premier tableau. on va procéder par un rangement par ordre décroissant, ce qui permettra de mettre les objets dans des cases. On va ainsi générer un tableau, non pas sur des écritures, mais d’après des objets bien visibles qui ne vont présenter aucune ambigüité au niveau de leurs tailles (le Cuisenaire sera intéressant à cet égard)
3. **écrire les nombres** (en fin de procédure)

CHOIX DU MATERIEL : Les pailles : peu couteux, sectionnable, quantité importante, unités réelles (discontinu) qui deviennent du continu quand on les coupe (perdent leur utilité)

Comprendre la virgule, ce sera faire concorder :

— d’un côté le matériel, dans lequel la distinction entre les « objets entiers » et les « objets coupés » est évidente.

— de l’autre, l’écriture : elle devient nécessaire pour permettre la différenciation entre la « partie entière » et la « partie décimale ».

*Rangement du matériel sur une table centrale*

**9- MANIPULATION : Etape 2 : Le PARTAGE**

**Matériel :**

**- des pailles isolées.**

**- des pailles regroupées en dizaines (fabriqués par les enfants à l’aide d’élastiques).**

**- des pailles regroupées en centaines (10 paquets de 10 dizaines).**

**- des ciseaux**

**- Sachets, élastiques, gobelets (représentant les personnes) …**

Il faut partager 257 en 8 personnes (257 écrit au tableau) et chacun doit avoir le même nombre de pailles

1 stagiaire du groupe note chaque étape réalisée par son groupe, précisément. Prendre le matériel nécessaire. On stoppe quand non ne peut plus partager les pailles.

* Je n’ai que deux centaines donc je prends toutes les dizaines des paquets.
* On obtient 25 dizaines : chaque personne en reçoit 3 et il en reste 1
* On ne peut la donner à une seule personne donc on enlève l’élastique et on regroupe les unités : 17
* On les partage, on en donne deux à chacun et il en reste 1

**Alors qu’est-ce qu’on peut faire ? MOMENT COLLECTIF (regroupement)**

**Rôle de l’enseignant 1 : Emmener les élèves à l’idée de couper.** Rappel de la consigne : on doit **tout** partager et tout le monde doit avoir **exactement** le même nombre de paille.

**Moment charnière : rôle de l’enseignant 2 (rappel de la notion de système en base 10)**

On coupe en combien ? Les élèves diront sûrement : par 8

On laisse cette réponse en suspens et on revient alors à l’aspect systématique de la numération en base dix. On groupe par paquet de 10 en allant de droite à gauche. (Plus on « grossit » plus on inscrit le nombre à gauche). Là on veut couper la paille donc aller vers un élément plus petit. A-t-on le droit de couper en 8 dans ce système ? Alors partageons en 10. Refaire toute la numération en base dix à propos des nombres entiers.

— Quand on a un panier de 1 000 et qu’on retire les pailles du panier on obtient 10 sachets qui sont les centaines.

— Si j’ouvre le sachet des centaines, et que je prends les pailles j’ai 10 paquets de pailles entourés avec un élastique.

— Si je prends une dizaine et que je retire l’élastique, j’obtiens 10 unités.

— Si je prends une unité, je ne peux pas retirer l’élastique ! Alors qu’est-ce que je fais ? Je la coupe ! En combien ? En 10 !

Cette notion de système est très importante. C’est sur cette notion que va se construire la virgule

**Rôle de l’enseignant 3 : introduire la notion d’égalité**

L’enseignant coupe la paille en dix mais de façon aléatoire pour que les morceaux soient inégaux. Les élèves devraient réagir en disant que tout le monde n’a pas les mêmes morceaux.

Donner un **gabarit** (en expliquant qu’il a été mesuré pour partager la paille en 10)

* On redistribue, il reste 2 morceaux. Que fait-on ?
* Le système est intransigeant ! Il faut encore partager en 10. C’est impératif (le rappeler autant de fois que nécessaire)
* On continue le processus : 20 tout-petits morceaux partagés. Il en reste 4 (le découpage devient compliqué mais les élèves ont compris le processus)

**Conclusion : à la fin de la séance, chaque personne-gobelet se retrouve avec 1 dizaine, 2 unités et des morceaux de tailles différentes : petits, tout-petits et minuscules (impossible à avoir !)**

Notre positionnement par rapport à nos élèves est, sans imposer, sans contraindre, sans rabâcher, d’amener les élèves à découvrir par eux-mêmes les trois points fondamentaux sur lesquels toute la suite de l’apprentissage va reposer :

1. Le côté systématique des actions.
2. L’obligation de faire des morceaux égaux.
3. L’intervention d’un nombre unique : 10.

10- MANIPULATION : Etape 3 : NOMMER, RECONNAITRE, RACONTER (en 3 temps)

TEMPS 1 : Donner un nom à chacun des objets fabriqués et comprendre la signification du suffixe –« ième »

**Matériel :**

**- les pailles entières et découpées.**

* + **les huit gobelets-personnages**
	+ **des étiquettes.**
	+ **un sac en tissu**
	+ **des ciseaux**

**Consigne : A partir du partage déjà effectué (257) Il faut donner un nom à tous les morceaux.**

Les élèves savent déjà que le paquet de 10 pailles s’appellent les dizaines, une paille seule l’unité et le plus gros morceau de paille coupé ? En combien a-t-on coupé la paille-unité pour avoir ce morceau ? en 10.

Sur les ciseaux j’attache **l’étiquette « ième »,** le son que j’entends quand je coupe l’unité avec des ciseaux. Les ciseaux est l’outil à fabriquer des ièmes.

Puisque j’ai coupé l’unité en 10, j’appellerai le morceau : **dixième**

**J’écris dixième sur une autre étiquette.**

Prendre le morceau plus petit (centième) sans le nommer. Comment l’appeler ? Beaucoup diront « dixièmes » probablement puisqu’on a aussi coupé en 10 un morceau de paille pour l’obtenir.

Pour fabriquer le morceau j’ai coupé une entité en dix. Mais quelle est l’unité de mon système ? La paille. Le mot à trouver est toujours relatif à l’unité.

La question qui peut se poser est la suivante : comment faire trouver ce principe par les élèves ?

C’est-à-dire comment leur faire trouver le mot « centième » ?

Il n’y a pas d’autres solutions que de découper un grand nombre de dixièmes. Si on en prend 10 et qu’on les enfile les uns derrière les autres ou que nous les collons sur le cahier, nous allons reconstituer l’unité ! De la même façon si on prend 10 dixièmes et qu’on les coupe chacun en 10, on peut les enfiler ou les coller pour reconstituer l’unité. Ils vont compter les morceaux, il y en a 100.

L’enfant qui fait cela aura compris ce qu’est un centième.

Bien sûr il sera diﬃcile de couper les millièmes. Les élèves peuvent toujours s’y essayer ce qui permettra d’enraciner une réalité concrète : que c’est petit un millième !

D’ailleurs une petite remarque :

*Pourquoi millième est plus petit que dixième ? J’entends mille, or mille, c’est plus grand que dix ?*

Ceux qui ont participé à votre séance savent parfaitement que plus on coupe, certes plus il y a de morceaux, mais plus ils seront petits !

On peut en plus essayer de faire réfléchir les élèves sur ce tableau :

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Pour fabriquer le dixième |  | on prend l’unité |  | on coupe en **dix** |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |
| Pour le dire |  | c’est l’unité coupée en dix |  | on l’appelle **dixième** |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |  |  |
| Pour fabriquer le centième |  | on prend le dixième |  | on coupe en **dix** |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |  |  |
| Pour le dire |  | c’est l’unité coupée en 100 |  | on l’appelle le **centième** |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |  |  |
| Pour fabriquer le millième |  | on prend le centième |  | on coupe en **dix** |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |  |  |
| Pour le dire |  | c’est l’unité coupée en 1000 |  | on l’appelle le **millième** |  |  |

TEMPS 2 : **passer de l’objet à son nom, et réciproquement (va et vient).**

**Nommer, reconnaître visuellement/tactilement, étiqueter**

Tous les objets sont créés, les dénominations de ces objets ont été élaborées.

**Vous donnerez à chaque élève :**

**— 6 étiquettes marquées : centaines, dizaines, unités, dixièmes, centièmes, millièmes.**

**— des pailles entières : à l’unité, en paquet de 10, en paquet de 100. Des morceaux de pailles : dixièmes, centièmes, millièmes.**

**— un petit sac (en tissu) contenant un exemplaire de chaque objet.**

Les étiquettes sont en **désordre** sur la table.

Nous pouvons commencer le travail de « va-et-vient » :

En montrant un objet :

* *Comment s’appelle … ?*
* *Montre-moi l’étiquette de ceci*.

En disant le nom d’un objet :

* *Cherche dans le sac le centième.*

En montrant l’étiquette :

- Va chercher ceci dans le sac.

Il faut entraîner les élèves à nommer, à reconnaître au toucher, et à associer ces objets à leur nom-étiquette. On peut reconnaître avec les yeux, avec les mains.

TEMPS 3 : **Raconter la fabrication de chacun des objets (importance de la verbalisation, on verra pourquoi plus en détail demain…)**

A partir de n’importe quel objet, l’élève doit raconter avec ses propres mots, comment il a fait pour le créer. C’est la mise en forme d’un récit temporalisé, il doit verbaliser le film de la construction.

Il peut y avoir **trois types** de questionnements :

1. Je connais l’objet de départ, je connais le déroulement de l’action : qu’est-ce que j’obtiens ?

**Exemple :** J’ai dans les mains un dixième. Je le coupe en dix. Qu’est-ce que j’obtiens ?

1. Je connais l’objet de départ et je connais l’objet d’arrivée. Quelles est l’action ? **Exemple :** J’ai dans la main gauche un centième. J’ai dans la main droite un millième.Comment ai-je fait pour passer du premier au second ?

Dans ce type de cas, l’élève utilise la réversibilité de la pensée. (ciseau et colle)

1. Je connais l’action et l’objet d’arrivée. Quel est l’objet de départ ?

**Exemple :** J’ai pris un objet mystérieux. Je l’ai coupé en dix et j’ai obtenu un millième.Quel était cet objet mystérieux ?

On peut varier cet exercice en utilisant le mime (utilisation des doigts) plutôt que la parole.

**11- MANIPULATION : Etape 4 : Généralisation sur d’autres objets**

Pour éviter que les élèves pensent qu’un dixième, c’est un dixième de paille

**Matériel : bandes de papier, feuille A3 A4, pièces de monnaie, coquillages de tailles différentes (symboliser), de l’eau (bouteille d’eau et gobelets), du pain ou pâte à modeler (+ couteau)…**

Consigne : Trouver le dixième d’une unité donnée (imaginer les réflexions des enfants : on peut le faire avec autre chose que des pailles ?

Ex : la bande de papier (difficulté de proportion, d’égalité… trouver divers moyens pour créer un gabarit…

PUIS : La monnaie (plus abstrait) : pouvez-vous donner un dixième d’euro (symbolisme)

**12- MANIPULATION : Etape 5 : Classification et sériation (L’invention de la virgule)**

On va essayer d’inventer la virgule : Les élèves vont être confrontés, lors du passage à l’écrit, à la nécessité d’inventer quelque chose. Il s’agit de réinventer le tableau de numération qui est souvent vide de sens. Les conventions de la numération sont connues. Classification, sériation ( les deux structures logico mathématiques) pour ranger. (le tableau de numération en est la synthèse)

**Matériel :**

 **- Billets de 100 euros, de 10 euros, pièces de 1 euro, 10 centimes, 1 centime.**

* + **Des pailles regroupées en dizaines, en centaines (fabriqués par les enfants à l’aide d’élastiques).**
	+ **Des pailles unités, dixièmes de paille . . ..**
	+ **Des feuilles A3.**
1. Classification : on met sur la table les différents objets (pailles et monnaie) demander un classement. Probablement, les pailles d’un côté et la monnaie de l’autre. Mettre les pailles de côté. Classer la monnaie : probablement billets-pièces. Demander un rangement en deux tas : les euros et les centimes. On rassemble ce qui est pareil. Etiqueter chaque tas. On a le classement voulu qui va permettre de s’approprier le tableau de numération.
2. Sériation : ranger de gauche à droite tous ces tas de la plus grosse valeur (plus riche) à la moins grande valeur (moins riche) Chaque tas a une place fixée. On obtient et on affiche le tableau suivant :

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 100 euros | 10 euros | 1 euro | 10 centimes | 1 centime |
|  |  |  |  |  |
| centaines | dizaines | unités | décimes | centimes |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |

1. On demande aux élèves de dénombrer et d’écrire le nombre de billets et de pièces sous chaque colonne. On enlève tout et on ne laisse que les chiffres aux élèves.

2 4 5 3 1

Problème de l’écriture du nombre.

A quoi correspondent-ils ? Rien ne l’indique.

Question : combien avait-on d’argent ?

*Certains élèves auront du mal à y répondre. Ils sont confrontés à une écriture qui n’a plus beaucoup de sens. Certains penseront que l’unité est 1 car c’est le chiﬀre le plus à droite. Ils l’ont tellement entendu ! Donc le 1 final est pour eux 1 euro.*

*Ils diront alors peut-être : Vingt-quatre mille cinq cent trente et un euros.*

*Tout fonctionnait bien, c’était facile et subitement cela ne fonctionne plus.*

*Quand l’écriture d’une quantité comporte des décimales, s’impose la nécessité de mettre une marque, un signe, un symbole, une barrière, une séparation :* ***la virgule devient indispensable.***

Les élèves se trouvent dans la même situation que les mathématiciens qui, au cours de l’histoire, se sont heurtés à cette nécessité et ont inventé diﬀérents procédés pour marquer cette séparation.

On laissera les enfants eux-mêmes nous dire qu’il faut mettre une virgule quelque part : entre les euros et les centimes. A eux de se souvenir, dans le nombre précédent, ce que chaque chiﬀre représentait comme « nombre-de » et d’en déduire la place de la virgule.

**JOUR 2**

**13 : MANIPULATION : Généralisation-Définition**

Transfert sur un nouveau matériel : pailles (intérêt de la paille et de la permanence du statut qui permet de favoriser le concept d’unité)

(Elles sont toujours en vrac sur la grande feuille de papier A3).

On leur demande de les classer : les centaines avec les centaines, les dizaines avec les dizaines . . . puis de les **sérier** par ordre décroissant de gauche à droite sans oublier de poser les étiquettes respectives pour chaque classe.

La dernière consigne consistera à noter sur cette grande feuille A3 le nombre d’éléments sous chaque classe.

*Les élèves ont construit eux-mêmes le tableau de numération, fruit de leur raisonnement, basé sur les deux structures fondamentales du nombre,* ***classification et sériation****.*

*Nous allons fusionner tous ces « nombres-de » pour constituer le nombre qui exprimera la quantité totale.*

Même procédure qu’avec la monnaie.

* *Cela fait combien de pailles tout ça ? 245316*

L’idée de la virgule arrive. (normalement)

* Où va-t-on la mettre ?

Pour faciliter la compréhension, on prend soin de prendre de quantités différentes pour chaque valeur. (il y a 245 pailles : aider les élèves en retournant les étiquettes s’il le faut) Notre numération de position nous oblige à avoir un repère spatial sur l’écriture pour savoir où est l’unité, c’est-à-dire « de quoi on parle ? ». On ne peut pas s’en passer alors que sur les objets entiers, on n’a pas besoin de ce repère. Les élèves doivent prendre conscience et verbaliser l’importance de ce repère. C’est grâce au va-et-vient entre les objets et l’écriture que cette connaissance est accessible.

Les enfants vont repérer qu’il faut mettre la virgule après le 5.

On pourra, entourer l’unité pour montrer que la recherche de celle-ci doit être permanente car essentielle.

245,316

**Trouver ensemble une définition de la virgule**

***1*** *- Une virgule c’est une barrière qui sépare :*

* *à gauche les choses entières*
* *à droite les choses coupées*

***2*** *- La virgule sépare à gauche des noms féminins en « aine » et à droite les noms masculins en**« ième »*

***3*** *- La virgule c’est ce qui sépare :*

*A gauche : les unités, les dizaines, les centaines,*

*A droite : pour faire et pour dire l’unité coupée en 10 (les dixièmes)*

*pour faire le dixième coupé en 10 et dire l’unité coupée en 100 (les centièmes)*

*pour faire le centième coupé en 10 et dire l’unité coupé en 1000 (les millièmes)*

**La naissance du tableau de numération**

On sait comment :

— fabriquer chacune des catégories décimales (dixième, centième . . .)

— tenir dans la main un exemple de chaque catégorie

— nommer chaque catégorie par son nom

— écrire en lettres sur des étiquettes le nom de chaque catégorie

— trouver plusieurs définitions de la virgule qui se complètent

Le tableau de numération peut donc être matérialisé sachant que de toute façon il est déjà construit dans la tête des élèves. Il suffit de tracer des traits entre chaque catégorie. (on peut appeler les catégories les maisons.)

**14- Différentes activités possibles**