

## 1 Qu'est-ce qu'une narration de recherche ?

C'est, avant toute chose, un problème. Tu en trouveras sur la page de titre de chaque chapitre, présenté comme celui-ci :



### Narration de recherche

Prince dispose de feuilles de papier de forme carrée. Il les découpe de telle façon que tous les morceaux obtenus soient des carrés.

Peut-il avoir deux morceaux ? Trois morceaux ? Quatre morceaux ? Cinq morceaux ?

Cherche le plus grand nombre de morceaux possibles.

L'objectif d'une narration de recherche est de découvrir la recherche mathématique et de la vivre à ton tour. On cherche, on ne trouve pas toujours du premier coup, mais chacun peut apporter ses idées et ainsi faire avancer vers la solution. Grâce à ce type d'exercice, tu t'apercevras que tu es capable de trouver beaucoup de bonnes idées si tu t'en donnes le temps et l'énergie. Ton professeur pourra ainsi mieux te connaître et apprécier tes efforts.

Ces exercices sont choisis pour être faciles à chercher mais il est souvent plus difficile de trouver leur solution. Des dessins, des calculs et des essais simples à mettre en oeuvre permettent de progresser vers le résultat mais, pour cela, il faut être persévérant.

L'important ici n'est pas de trouver « LA » solution mais de raconter en détail toutes les démarches entreprises pour la trouver ou tenter de la trouver. Dans une narration de recherche, tu décris précisément tes essais et toutes les pistes que tu as essayées même celles qui n'ont pas abouti. Les chapitres n'ont souvent qu'un lointain rapport avec les narrations. Pas de panique si tu ne maîtrises pas tout le chapitre ! Chacun peut chercher !

N'oublie pas ! Ce n'est pas une rédaction de français, tu n'as donc rien à inventer et les erreurs de grammaire ou d'orthographe ne te pénaliseront pas. Il suffit simplement de chercher la solution et d'expliquer par écrit ce que tu as fait pour essayer d'y parvenir !

Les narrations de recherche demandent une phase d'apprentissage et ce n'est probablement qu'après deux ou trois devoirs de ce type que tu te sentiras plus à l'aise. Tu comprendras alors mieux ce qu'attend de toi ton professeur. Profite bien des discussions en classe, des corrections, des remarques sur tes copies et sur celles de tes camarades pour progresser.

## 2 Ce que tu dois retenir

**1. La qualité narrative.** Le lecteur de ton travail doit immédiatement sentir qu'une recherche a eu lieu. Il doit comprendre pourquoi certaines pistes explorées ont été abandonnées ou comment une solution a peu à peu germé dans ton esprit. Si une personne de ton entourage (parent, ami, professeur...) t'a apporté une piste ou une solution, le lecteur doit être averti car cela fait partie de la recherche ! Aucune pénalité ne sera donnée.

**2. La vérification des idées.** Chaque fois que cela est possible, tu dois essayer de trouver des moyens de vérifier tes calculs, tes idées. Même si tu ne parviens pas à écrire une véritable démonstration, tu dois chercher au moins s'il n'existe pas quelques contre-exemples évidents. Tu indiqueras dans ta rédaction tous les éléments qui t'ont permis de faire évoluer ton point de vue ou au contraire qui t'ont conforté dans tes choix. Si quelqu'un t'a aidé, tu dois pouvoir vérifier la piste ou la solution, expliquer pourquoi cela fonctionne et ce que cette aide t'a apporté.

**3. L'explication à un camarade.** À la fin de la narration, dans une deuxième partie, le professeur peut te demander d'effectuer une synthèse de tes travaux, comme si tu avais à expliquer le résultat de tes recherches (fructueuses ou non) à un ami.

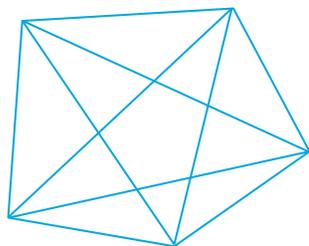
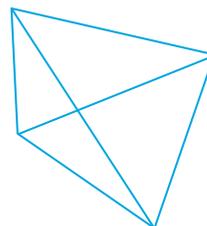
**4. La richesse de la recherche.** N'oublie pas ! Ton professeur évaluera toujours de manière positive un élève qui essaie plusieurs pistes avec ténacité, même s'il ne trouve aucune solution satisfaisante. Il vaut mieux jouer l'honnêteté et raconter tout simplement ce qui s'est passé plutôt que d'essayer de trouver la solution « à tout prix » !

## 3 Un autre exemple

Voici un autre énoncé de narration de recherche. Tu remarqueras ici les consignes du professeur qui expliquent clairement les objectifs de l'exercice.

### Énoncé :

Nous savons qu'un polygone à quatre côtés possède deux diagonales.



Un polygone à cinq côtés possède cinq diagonales.

- Dessine un polygone à six côtés. Combien possède-t-il de diagonales ?
- Dessine un polygone à sept côtés. Combien possède-t-il de diagonales ?
- Dessine un polygone à huit côtés. Combien possède-t-il de diagonales ?
- Combien de diagonales possède un polygone à neuf côtés ? A dix côtés ?
- Peux-tu déterminer le nombre de diagonales que possède un polygone à cent huit côtés ?
- Si  $n$  est un entier, combien de diagonales possède un polygone à " $n$ " côtés ?

Tu pourras chercher la solution seul(e) ou à plusieurs (à condition de l'écrire explicitement au début de ta copie) mais ta rédaction devra dans tous les cas être personnelle.

Tu devras :

1. Raconter les différentes étapes de ta recherche (tu peux expliquer dans quelles conditions tu as cherché, joindre tes brouillons...), les observations que tu as faites et qui t'ont permis de progresser ou de changer de méthode si une piste ne menait à rien.
2. Expliquer ta solution à un(e) camarade que tu dois convaincre.

L'évaluation de ce travail portera essentiellement sur ton récit, la richesse de ta réflexion. La qualité de la langue (orthographe, grammaire,...) ainsi que la qualité de la solution trouvée au problème (solution juste, fausse, incomplète...) seront très secondaires dans cette évaluation.

Nous tenons à remercier :

- le groupe Géométrie de l'IREM de Montpellier pour avoir fait naître cette approche et avoir produit de nombreux documents sur le sujet ;
- l'ensemble des groupes IREM qui se sont saisis de cet outil pour le faire vivre.

## Chapitre G1 : Triangle rectangle.



### Narration de recherche

1<sup>er</sup> sujet :

On appelle carré parfait un entier qui est le carré d'un autre entier.  
Écrire tous les entiers de 1 à 15 côte à côte, de façon à ce que la somme de deux nombres voisins soit un carré parfait.

2<sup>ème</sup> sujet :

**Question 1 :**

Un plumeau de 8 dm de hauteur a été brisé par le vent.  
Le sommet touche la terre à 4 dm de la tige restée verticale. A quelle hauteur a-t-il été brisé ?

**Question 2 :**

Un autre plumeau a été brisé. Il mesurait 15 dm de haut et son sommet touche la terre à 9 dm de la tige. A quelle hauteur a-t-il été brisé ?



## Chapitre G2 : Triangles et parallèles.

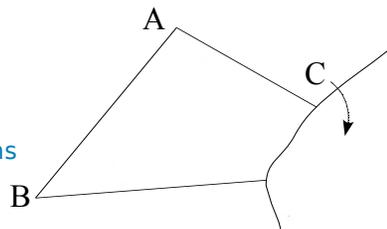


### Narration de recherche

Sujet :

La feuille sur laquelle a été tracé ce triangle est déchirée.

Comment construire le centre de gravité de ABC sans déborder de la feuille ?



## Chapitre G3 : Distances et tangentes.



### Narration de recherche

#### Question 1 :

Un camarade trace sur ta feuille un cercle.

Il te donne la mesure d'un angle saillant (différent de  $0^\circ$  et de  $180^\circ$ ).

Comment construire à coup sûr un angle de cette mesure dont les côtés soient tangents au cercle tracé par ton camarade ?

#### Question 2 :

Cette fois, ton camarade trace sur ta feuille un angle saillant (différent de  $0^\circ$  et de  $180^\circ$ ). Il te donne aussi la mesure en cm d'un rayon.

Comment construire à coup sûr un cercle de ce rayon, qui soit tangent aux deux côtés de l'angle tracé ?

Dans tout ce problème, afin d'être le plus précis possible, une droite ne pourra être construite que si on a auparavant construit deux de ses points et un cercle ne sera construit que si on connaît son centre et un de ses points.

En particulier, on s'interdira de construire une droite "telle qu'elle touche le cercle en un seul point" sans connaître le point de contact à l'avance.

## Chapitre G4 : Cosinus.



### Narration de recherche

Domitille m'a dit ce matin avoir trouvé une formule "étonnante" :

– Avec aucun autre chiffre que des zéros et sans division, j'arrive à obtenir  $\frac{1}{2}$ , a-t-elle dit.

Elle a écrit la formule sur un papier en notant les chiffres "zéro" au crayon et les autres symboles de la formule à l'encre.

J'ai mis le papier dans ma poche pour le regarder plus tard. Mais ce soir, avec la pluie, l'encre était partie. Il ne restait que les chiffres au crayon. J'ai réussi à déchiffrer en tout soixante chiffres "zéro".

Quelle était la formule de Domitille ?

Lorsque vous l'aurez trouvée, vous constaterez qu'avec le même principe, elle aurait pu trouver le même résultat en utilisant moins de chiffres "zéro".

Quel est le nombre minimum de chiffres "zéro" à utiliser ?

## Chapitre G5 : Cosinus.

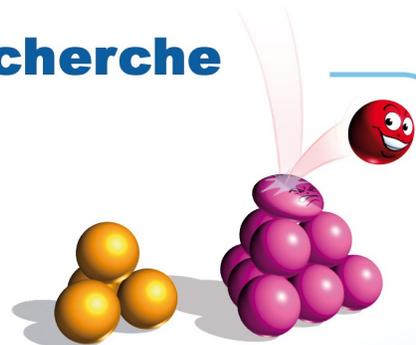


### Narration de recherche

Sujet :

On construit des "tétraèdres" avec des billes.

Combien de billes faut-il pour faire un "tétraèdre" à 3 étages ? À 5 étages ?



## Chapitre Outils pour Reasonner.



### Narration de recherche

1<sup>er</sup> sujet :

Un petit garçon raconte ses vacances :

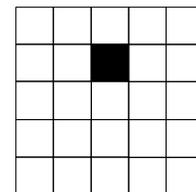
– Il y a eu 11 jours de pluie. Pendant ces 11 jours, quand il pleuvait le matin, il faisait beau l'après-midi. Et s'il pleuvait l'après-midi, il faisait beau le matin suivant.

Au total, ce petit garçon a eu 9 matinées et 12 après-midi sans pluie.

Combien a-t-il eu de jours de vacances ?

2<sup>ème</sup> sujet :

On considère un plateau carré dont les côtés sont formés de  $n$  carreaux (sur le dessin, par exemple,  $n = 5$ ). Une des cases de ce plateau est noircie : on ne pourra pas l'utiliser.



Un domino est un jeton qui a la taille de deux cases du plateau collées par un bord :  ou .

Dans quels cas peut-on réussir à paver entièrement le plateau (sauf la case noire) avec des dominos ?

Vous pourrez essayer différentes tailles de plateau et différentes positions pour la case noire.

Avec l'aimable autorisation de l'ERTÉ "Maths à modeler"  
de l'Université Joseph Fourier de Grenoble (<http://www.mathsamodeler.net/>)

## Chapitre N1 : Relatifs.



### Narration de recherche

Sujet : Les 7 familles

Nous sommes des points et nous habitons tous dans un rectangle dont les sommets ont pour coordonnées : (- 7; 10) (7; 10) (7; - 10) (- 7; - 10). Voici nos adresses :

**Famille 1** : Notre ordonnée est l'opposée de notre abscisse.

**Famille 2** : En divisant notre abscisse par 2 et en retranchant 5 au résultat, on trouve notre ordonnée.

**Famille 3** : En multipliant notre abscisse par - 3 et en retranchant 7 au résultat, on trouve notre ordonnée.

**Famille 4** : Notre ordonnée est égale au carré de notre abscisse divisé par 2.

**Famille 5** : Notre ordonnée est égale au cube de notre abscisse divisé par - 4.

**Famille 6** : Le produit de notre abscisse et de notre ordonnée est toujours égal à 4.

**Famille 7** : La somme du carré de notre abscisse et du carré de notre ordonnée est toujours égale à 25.

1°) Pour chaque famille, trouve 4 points de la famille.

2°) Donne l'adresse de chaque famille sous la forme d'une relation qui lie l'abscisse  $x$  et l'ordonnée  $y$  des points de la famille.

3°) Représente les 7 familles.

4°) Pour chaque famille, trouve les coordonnées des points qui habitent sur les bords du rectangle.

5°) Pour chaque famille, trouve les coordonnées des points qui habitent sur les axes.

6°) Quels sont les points qui appartiennent à plusieurs familles ?

*Extrait de Les nombres relatifs au collège (Septembre 1996) avec l'aimable autorisation de l'IREM de Poitiers.*

## Chapitre N2 : Fractions.



### Narration de recherche

Sujet :

Pour chacune des fractions  $\frac{3}{5}$ ;  $\frac{4}{7}$  et  $\frac{6}{11}$  trouve une écriture fractionnaire égale telle que :

- le dénominateur de la fraction égale à  $\frac{3}{5}$  soit égal au numérateur de la fraction égale à  $\frac{4}{7}$ ,
- et que le dénominateur de la fraction égale à  $\frac{4}{7}$  soit égal au numérateur de la fraction égale à  $\frac{6}{11}$

Est-il toujours possible de faire la même chose si l'on choisit trois fractions au hasard ?

## Chapitre N3 : Fractions.



### Narration de recherche

1<sup>er</sup> sujet :

Si je calcule  $7^1$ , le chiffre des unités est 7.

Si je calcule  $7^2$ , le chiffre des unités est 9.

Compare le chiffre des unités des puissances de  $7^{1000}$  et de  $3^{1000}$  d'une part de  $7^{1001}$  et de  $3^{1001}$  d'autre part.

2<sup>ème</sup> sujet :

Si on calcule la différence  $324 - 89$ , on obtient 235.

La somme des chiffres de 235 est  $2 + 3 + 5 = 10$ .

Calcule la somme des chiffres des différences :  $10^2 - 2$  ;  $10^{10} - 10$  et  $10^{2002} - 2002$ .

## Chapitre N4 : Fractions.



### Narration de recherche

Sujet :

- Deux nombres ont pour somme 300.  
De combien augmente leur produit, si j'ajoute 7 à chacun d'eux ?
- Deux nombres ont pour somme le nombre  $a$ .  
De combien varie leur produit, si je soustrais  $b$  à chacun d'eux ?

## Chapitre N5 : Équations, ordre.



### Narration de recherche

Sujet :

Où faut-il couper un triangle équilatéral par une parallèle à un côté pour que les deux morceaux aient le même périmètre ?

## Chapitre N6 : Proportionnalité.



### Narration de recherche

Sujet :

Dans un jardin, deux escargots partent au même instant : le premier du carré de salades vers les courgettes, le second des courgettes vers le carré de salades.

Chacun avance à une vitesse constante.

Lorsqu'ils se rencontrent, le premier a parcouru 2 m de plus que le second.

Ils reprennent leur chemin un peu découragés de voir leur objectif certainement déjà bien mangé. Ils se pressent moins et diminuent leur vitesse de moitié.

Après leur rencontre, il faut 8 minutes au premier pour arriver aux courgettes et 18 minutes au second pour arriver au carré de salades.

Quelle distance y-a-t-il entre les courgettes et le carré de salades ?



## Chapitre N7 : Statistiques.



### Narration de recherche

Sujet :

Nous sommes quelques jours avant le conseil de classe.

Dominique et Catherine ont, durant tout le trimestre, obtenu les mêmes notes à chaque devoir, en Anglais et en Espagnol ! Leurs camarades les appellent « les télépathes ».

Ils comparent leurs moyennes en langues vivantes et trouvent deux résultats différents. Après vérification, ils s'expliquent :

**Dominique** : – J'ai calculé mes moyennes en Anglais et en Espagnol puis j'ai fait la moyenne des deux moyennes.

**Catherine** : – Moi, j'ai fait la moyenne de toutes mes notes de langues vivantes, sans chercher à savoir si c'était Anglais ou Espagnol.

**Thibault** : – L'année dernière, avec Ophélie, on était dans le même cas : toutes nos notes étaient les mêmes et on a calculé comme vous de deux façons différentes. Mais on avait trouvé la même moyenne finale !

1°) Imagine les notes qu'ont pu avoir Dominique et Catherine d'une part, Thibault et Ophélie d'autre part (de nombreuses réponses sont possibles).

2°) Quand les deux méthodes donnent-elles le même résultat ? Quand donnent-elles des résultats différents ? Comment peut-on calculer à coup sûr la moyenne de toutes ses notes si on n'en a plus le détail mais qu'on a les moyennes « partielles » pour chaque langue ?