

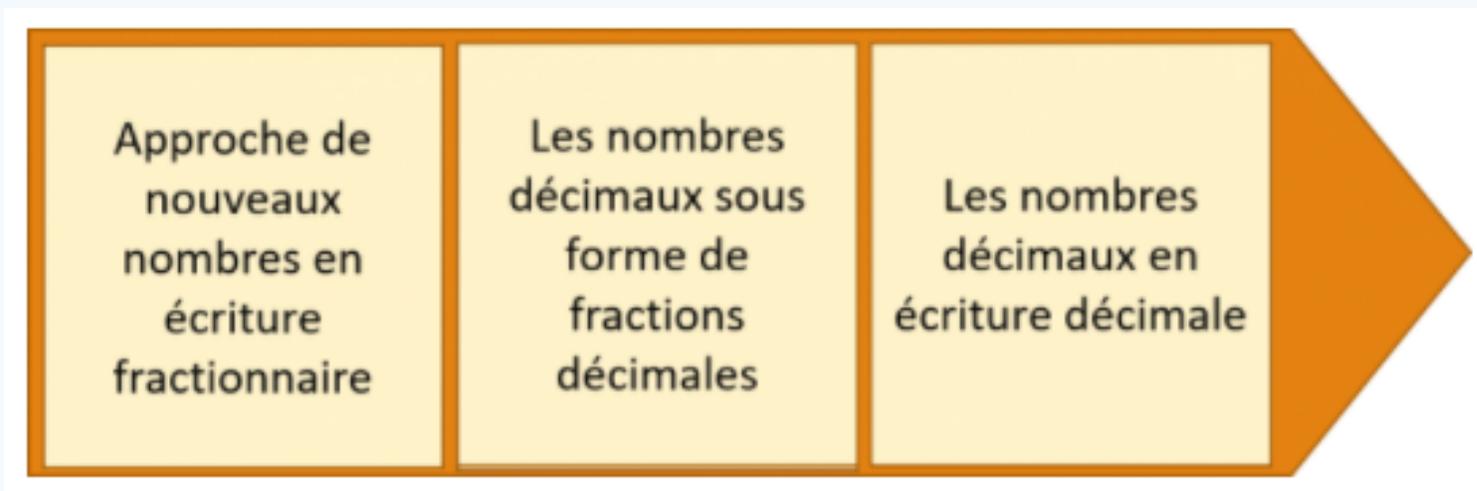


Numération:

Les fractions simples au C3

Je vais vous présenter une démarche d'enseignement des fractions simples ainsi que les ressources associées. La notion de fractions simples est introduite en CM1 mais elle est réinvestie, entraînée et réinterrogée tout au long du cycle.

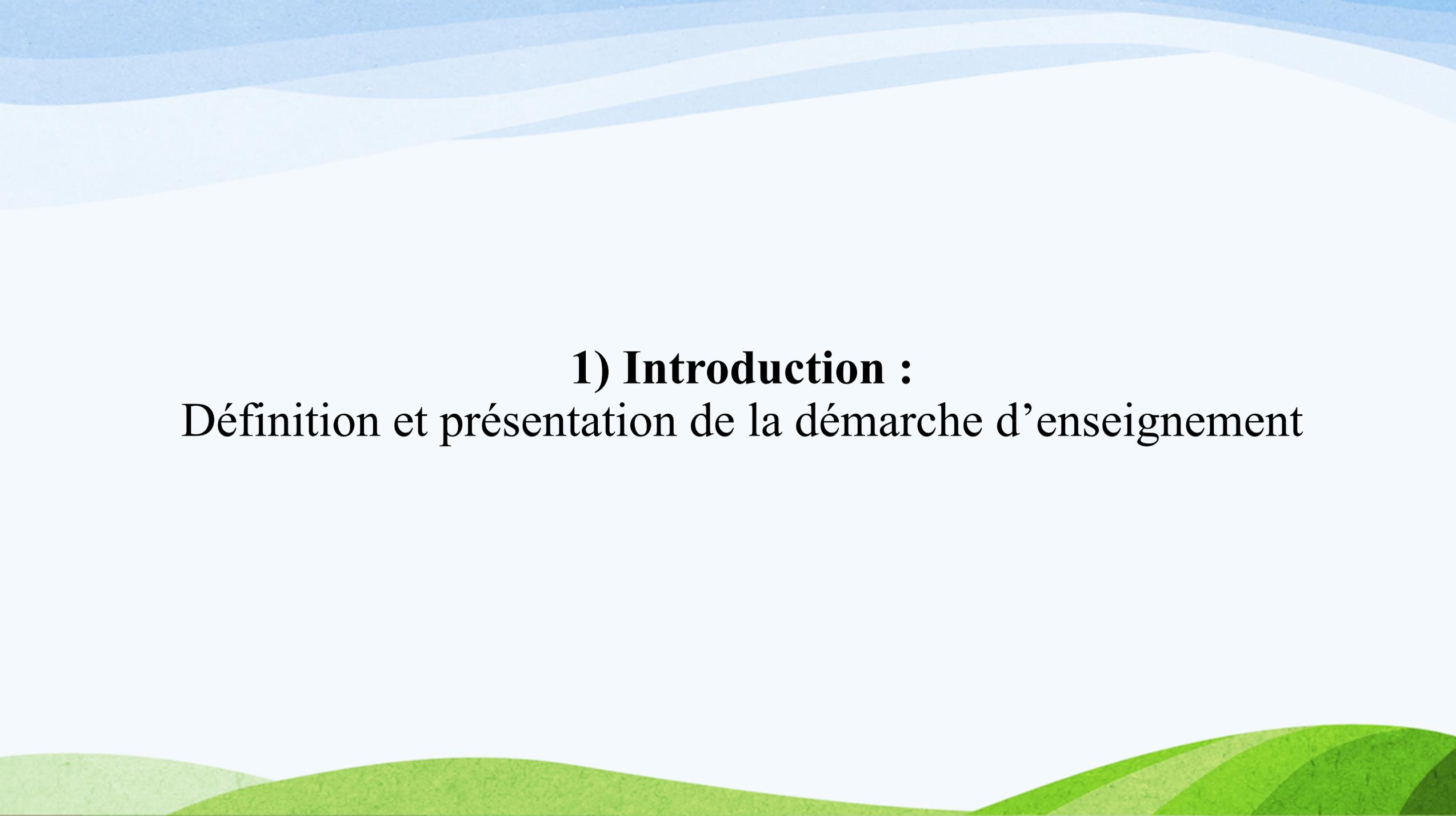
Ainsi, les trois objets ci-dessous sont travaillés chaque année du cycle :



$$\frac{3}{2}$$

$$\frac{14}{10}, \frac{25}{100}$$

$$1,56$$



1) Introduction :
Définition et présentation de la démarche d'enseignement

Définition:

« Lorsqu'on coupe une unité en un nombre entier de parts égales et qu'on prend un nombre entier de ces parts, éventuellement supérieur au nombre de parts contenues dans cette unité, on obtient une fraction. »

« Les fractions simples n'ont pas de définition mathématique. L'usage veut que « lorsque le partage de l'unité se fait en un petit nombre de parts (2, 3, 4, ...), et que l'on prend un petit nombre de telles parts, on parle de fraction simple. »

(cf. document « *Fractions et décimaux au cycle 3* » publié sur le site Eduscol)

Démarche d'enseignement proposée

Cette démarche s'appuie sur une programmation en spirale qui s'articule autour de :

- **situations de référence** qui créent le besoin d'utiliser des nombres et donnent un sens à l'utilisation de symboles. Ces situations nécessitent des manipulations. Le matériel et le vécu des élèves seront réutilisés, notamment dans le cadre de remédiations, d'où leur désignation de situations de référence.
- **activités spécifiques** qui accompagnent les situations de référence, elles permettent de manipuler les nombres et les relations entre les nombres par le calcul (utilisation de propriétés), elles permettent d'interroger l'écriture du nombre donc la numération.
- **activités ritualisées** qui sont parfois dérivées des activités spécifiques. Leur ritualisation permet de faire fonctionner ce qui a été appris, de stabiliser des savoir-faire, des connaissances. Ces activités sont brèves.



Activités ritualisées

Résoudre des problèmes
(contextes variés)

Situations de référence

Entraînements
(exercices fichiers)

Renforcement
individuel

Activités spécifiques

Pour la majorité de nos élèves de CM1, la fraction est quelque chose de complètement **abstrait**. C'est une nouvelle représentation du nombre, une représentation qu'ils n'ont jamais vu pour la plupart.

Exemple:

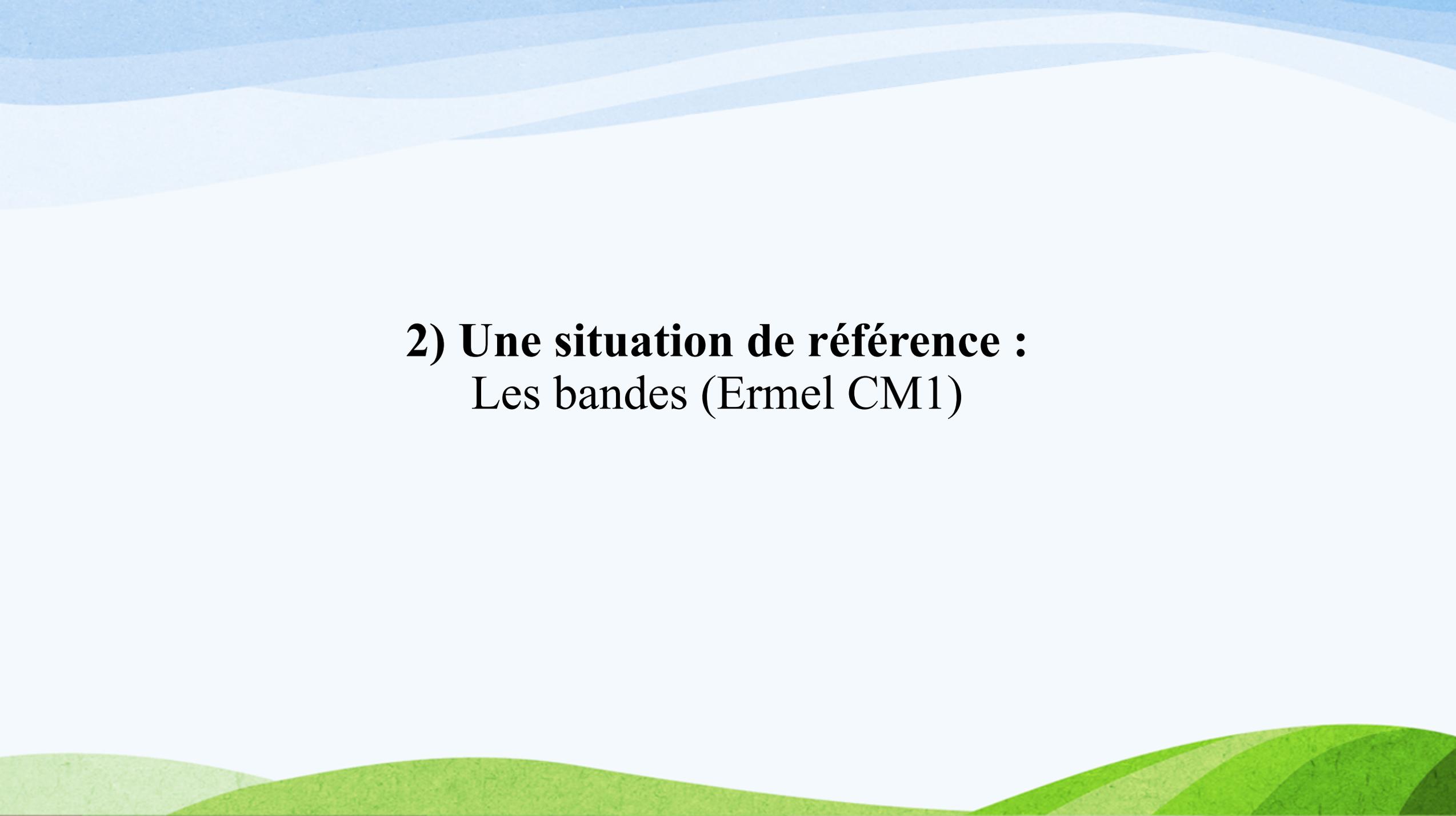
$$\frac{3}{15}$$

Dans cet exemple, comment expliquer qu'on a partagé une unité en 15 parts et qu'on en a pris que 3?

Exemple. Soient $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$ et $B = \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$.

Combien font $3A-2B$?

$$\begin{aligned} 3A - 2B &= 3 \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} - 2 \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & 3 \\ -3 & 12 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & -6 \\ -2 & -2 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 6 & -3 \\ -5 & 10 \end{pmatrix}. \end{aligned}$$



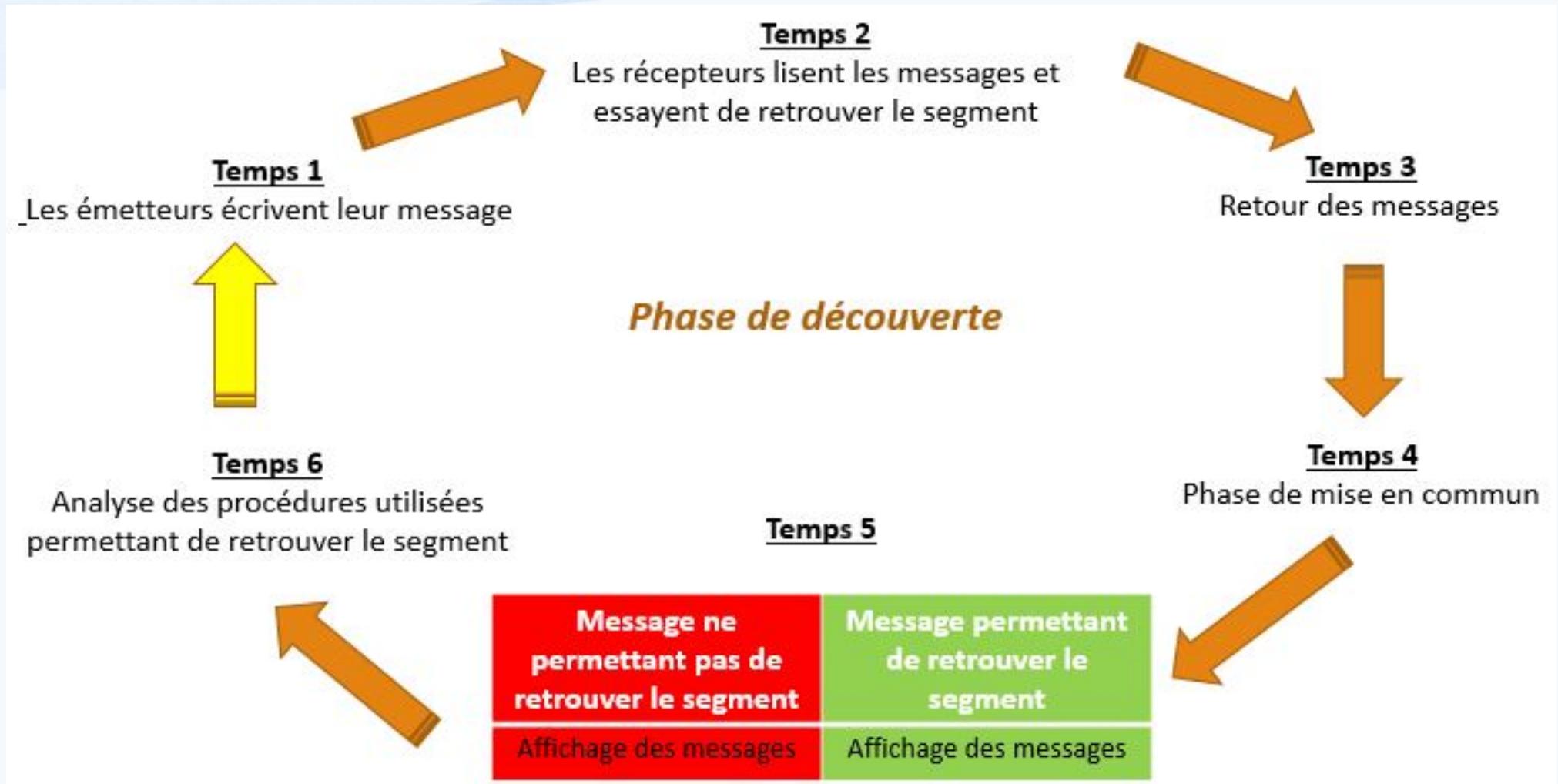
2) Une situation de référence :
Les bandes (Ermel CM1)

Présentation de la situation

Cette situation est construite autour du dispositif émetteur/récepteur. Les élèves, en groupe de 2 à 4, vont utiliser une bande-unité pour : mesurer un segment, écrire cette mesure à destination d'un autre groupe puis l'autre groupe devra retrouver le segment correspondant au message reçu.

Ils seront confrontés au problème de ne pas pouvoir exprimer cette mesure en bandes-unité entières, c'est-à-dire en nombres entiers. Ils vont donc devoir trouver comment exprimer des « morceaux » de bandes-unité.

Le schéma suivant présente les différentes phases :



Présentation de cette situation en deux parties :

- **émission/réception** des messages
- puis **mise en commun**.

La durée réelle est de 1h30. La mise en commun peut être effectuée après une récréation ou le lendemain de la phase d'émission/réception.

Pourquoi cette situation est-elle fondamentale ?

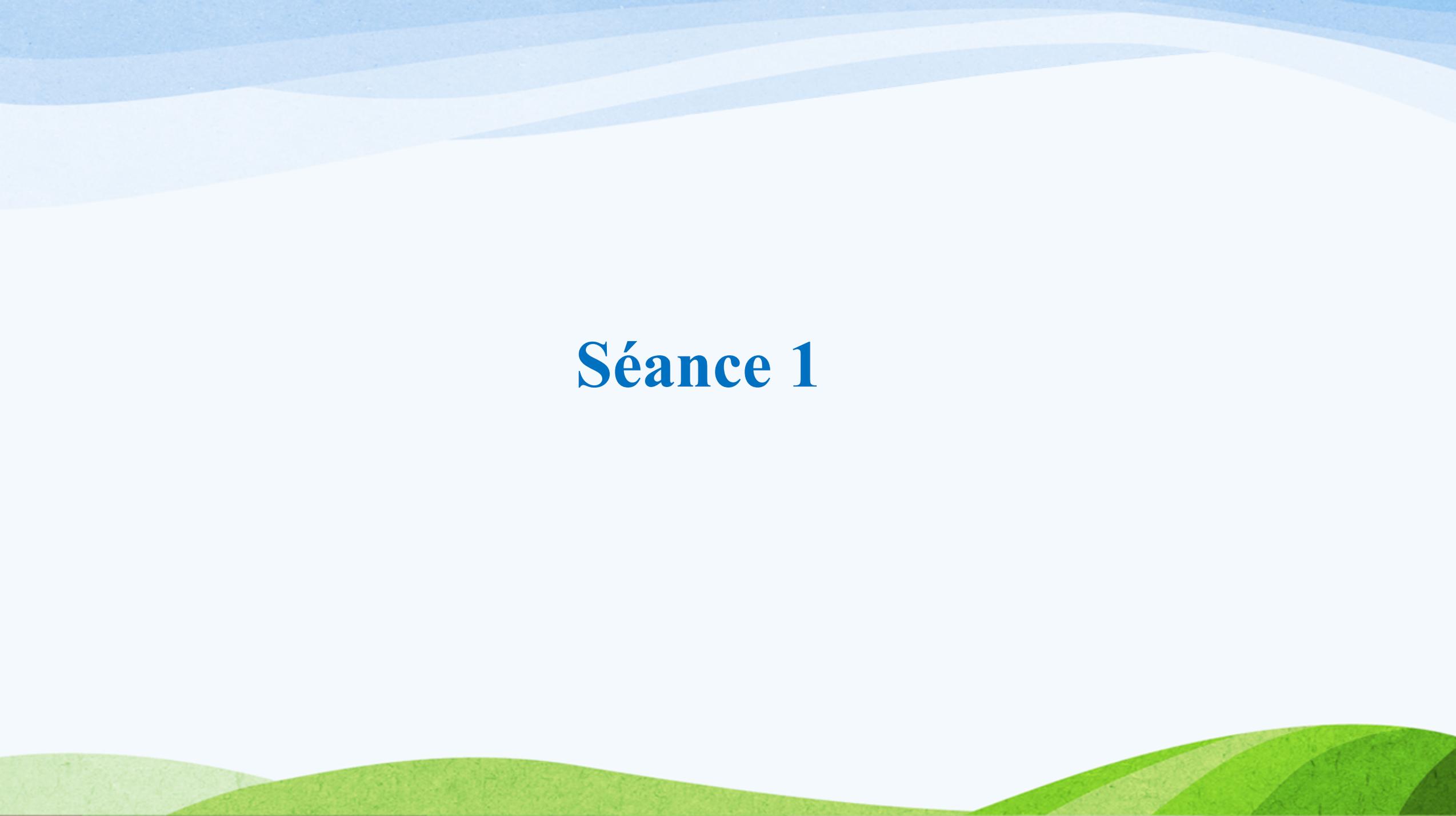
La situation crée le besoin de ces nouveaux nombres à partir de manipulations.

Grâce à un affichage progressif le lien se construit entre écriture mathématique et oralisation précise.

Elle met en évidence les équivalences et les différentes écritures d'un nombre.

Les fractions s'utilisent pour des nombres inférieurs ou supérieurs à 1.

Elle peut être reprise et complexifiée tout au long du cycle, c'est un point important et positif (retrouver un même contexte d'apprentissage)

The background features a stylized landscape with rolling hills. The top portion consists of several layers of blue and light blue wavy bands, suggesting a sky or distant mountains. The bottom portion consists of several layers of green and light green wavy bands, suggesting rolling hills or a field. The overall aesthetic is clean and modern.

Séance 1



Partie 1:

émission / réception des messages

CONSIGNE :

« Sur la feuille n°2, vous devez écrire un message qui permettra à ceux qui le recevront de trouver sur la feuille n°3 le segment qui a la même longueur que le vôtre.

Vous ne pourrez pas mesurer votre segment avec la règle, mais vous pouvez utiliser la bande comme unité de longueur. On l'appellera « bande unité ».

Prénom :

Feuille 1



Segment de la feuille n°3 trouvé par le récepteur :
Est-ce le bon segment?

Prénom de l'émetteur :

Feuille 2

Message :

Prénom du récepteur :

Segment de la feuille n°3 correspondant au message :

Remarques :



Obstacles repérés

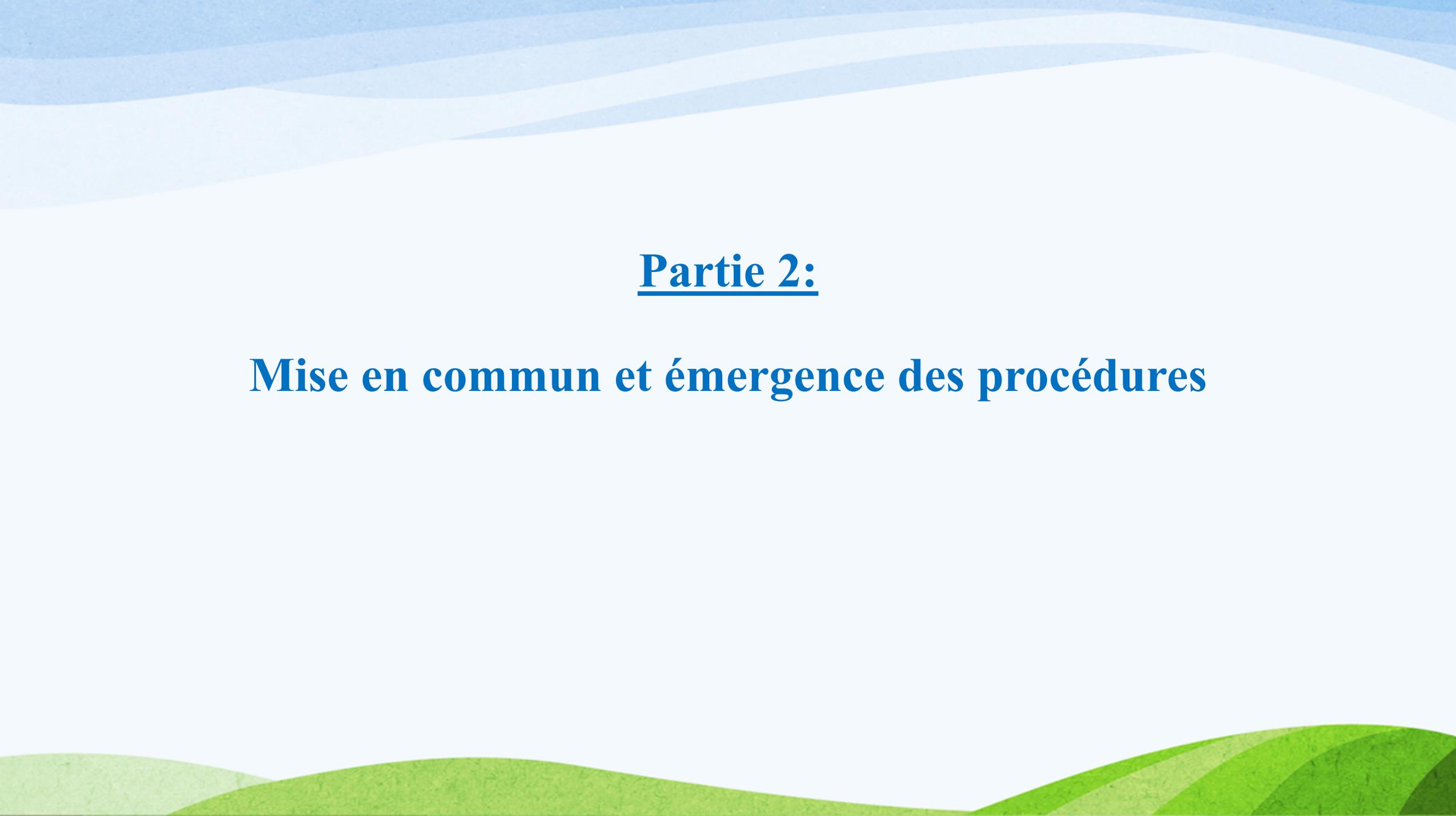
- « Dire le faire » : Ecart production/échanges donc enjeu fort de la mise en commun
 - Obstacles mathématiques (valeur du nombre) : Utilisation $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$ à l'oral. Compétences issues de pratiques sociales mais ce ne sont pas des compétences mathématiques précises, mais les élèves ont l'idée de l'infra unité
 - Obstacles lexicaux (mot nombre) : « un demi » « un et demi », « Demi-quart », « Demi-riqui », « plus ou moins » : Pour certains élèves, $\frac{1}{2}$ veut dire « morceau de la bande »
- Matériel :
 - Manipulation de la bande comme outil de mesure
 - Manipulation de la bande comme une unité
- Préparation (enseignant) :
 - ✓ Matériel photocopié et support TBI adéquats
 - ✓ Constitution des groupes
 - ✓ Choix des bandes / groupe
 - ✓ Posture enseignant

Commentaires

- Différence oral /écrit

Situation de référence = elle crée le besoin, construit du sens, l'obstacle est donc associé à l'objectif.

Fragilité lexicale
- Attention aux aspects organisationnels et matériels :
 - Prévoir une séance 0 : savoir utiliser une bande unité pour mesurer uniquement des longueurs « entières » (lignes droites et brisées)
 - Prévoir plusieurs bandes unité, le pliage restreint la visibilité de la fraction en jeu.
 - Observer la phase de recherche sans guidage qui donnerait la solution
 - Anticiper la mise en commun pendant la phase de recherche



Partie 2:

Mise en commun et émergence des procédures

Étape 1: le demi



Obstacles repérés

« Dire le faire », « partager comment on a fait » :
Ecart production/échanges donc enjeu fort de la
mise en commun

Commentaires

- Savoir **tirer parti des propositions**
 - Reformulation des procédures pour **partager (reprise de l'oral + geste + passage à l'écrit**
 - Traces écrites évolutives qui lient langage oral (différentes désignations) et écriture mathématiques.
- **Organiser le partage au tableau** (démontrer matériellement – attention au problème d'échelle sur le TBI....)
- **Donner une traduction mathématique des énoncés produits oralement pour installer les nouveaux nombres**

Étape 2: le quart

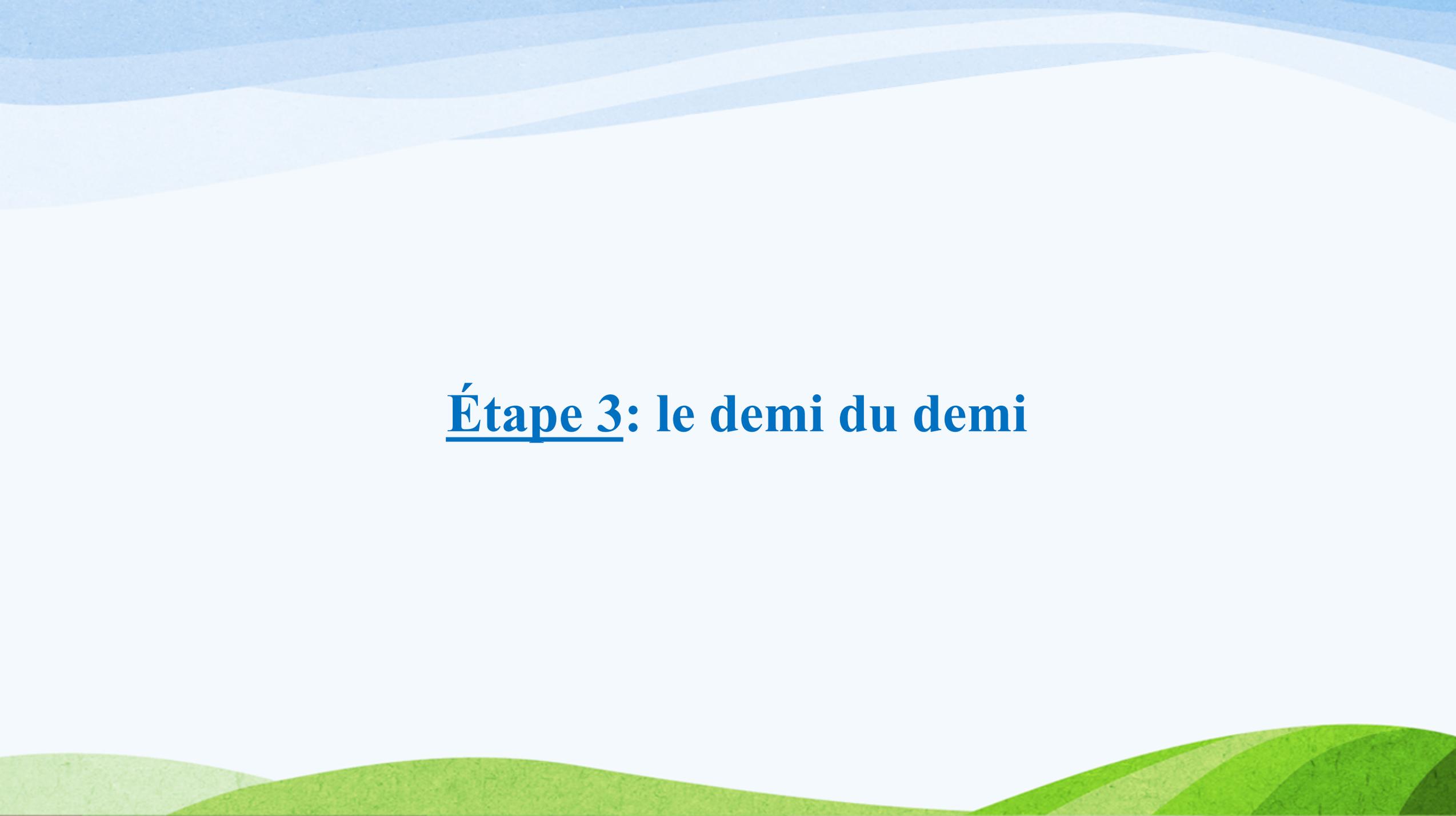


Obstacles : Imprécisions

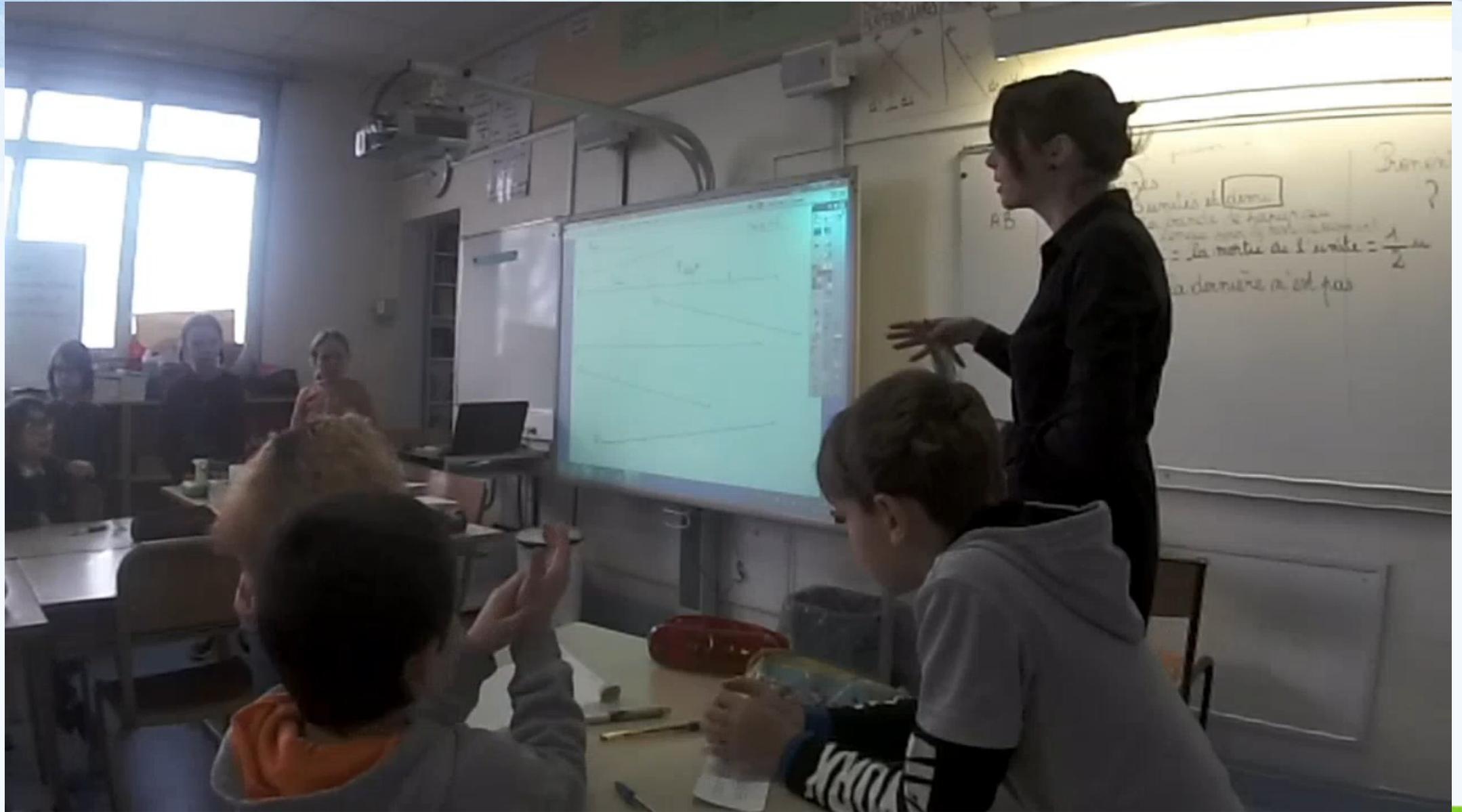
« Dire le faire », « partager comment on a fait » :
Imprécision. Ecart production/échanges donc enjeu
fort de la mise en commun

Commentaires

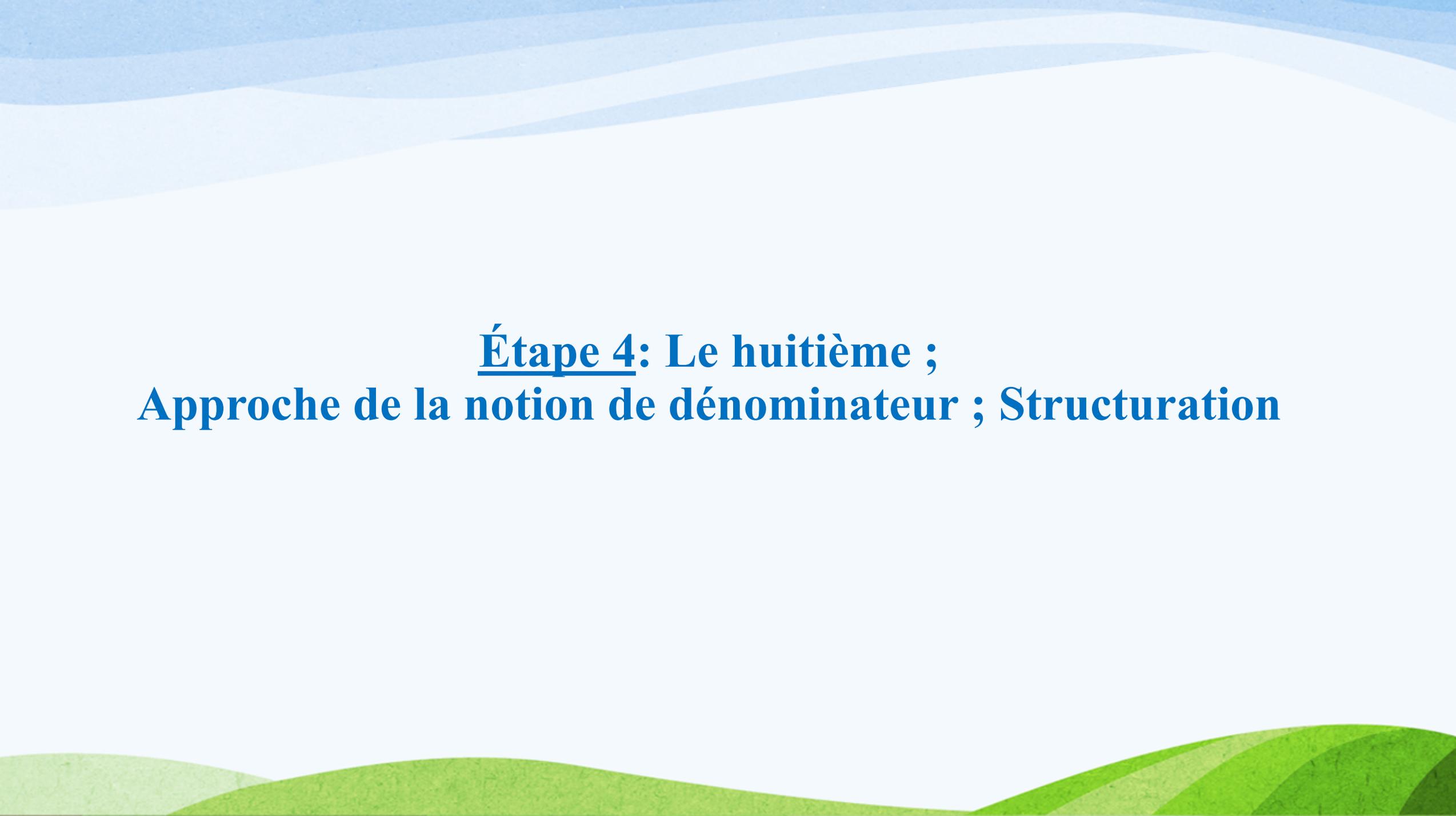
- Savoir tirer parti des imprécisions
 - Reformulation des procédures et des explications. C'est le besoin de précision qui nécessite l'introduction de nouveaux nombres



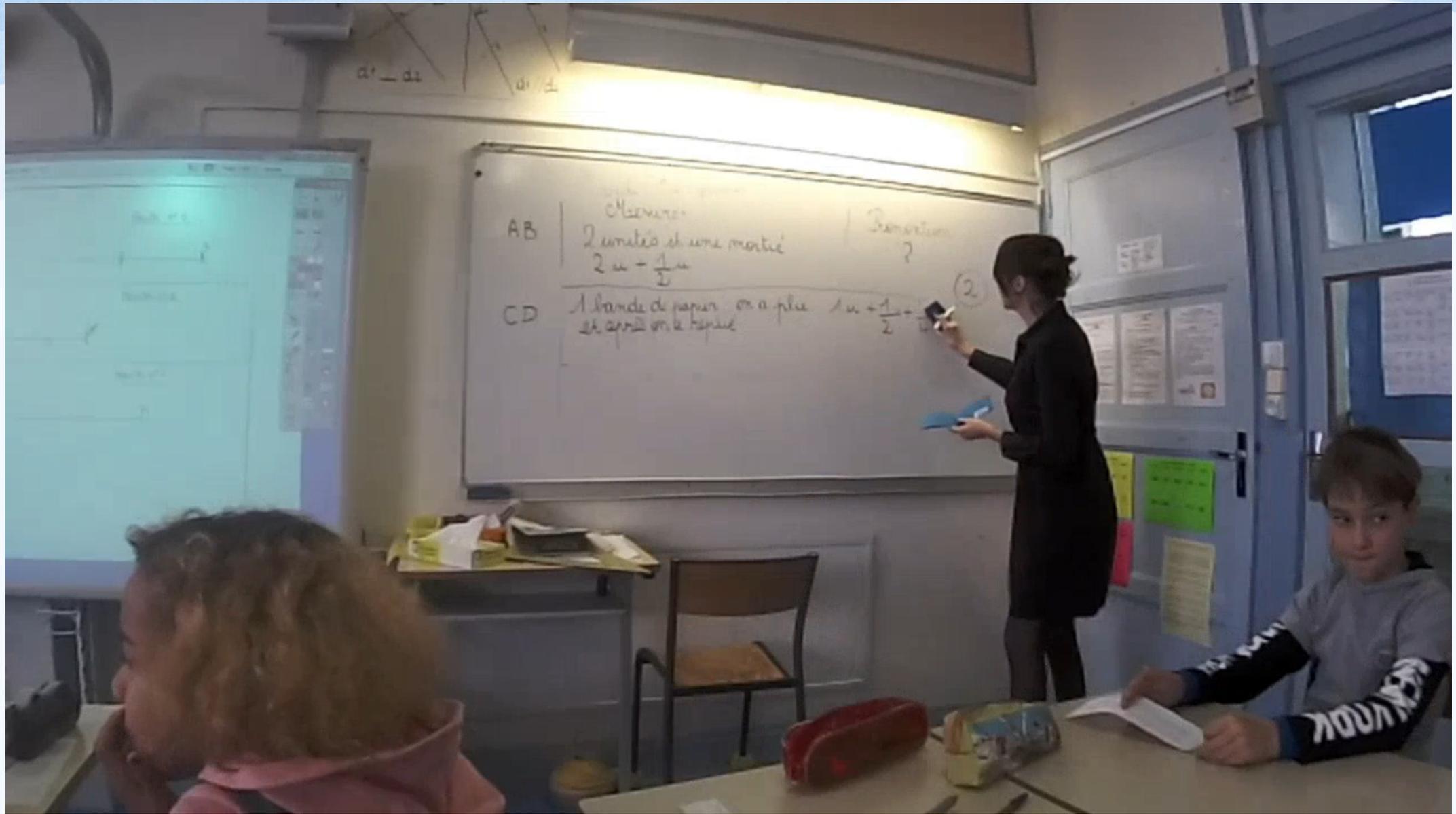
Étape 3: le demi du demi



Obstacles repérés	Commentaires
<ul style="list-style-type: none">• associer les pliages et les valeurs représentées.• Fragilité lexicale	<ul style="list-style-type: none">▪ Savoir articuler argumentation (oral) et manipulation pour construire un nouveau nombre.<ul style="list-style-type: none">▪ S'appuyer sur les premières compréhensions, mais besoin d'être vigilant (le quart montré par une élève aux autres correspond en fait à 4/4)▪ De l'imprécision acceptée, vers la précision argumentée. (plier // lexique math)▪ Structurer au fur et à mesure les différentes égalités mathématiques▪ Gérer le tableau (différents espaces → introduction de la trace écrite)▪ Articuler langage mathématiques et langage courant



**Étape 4: Le huitième ;
Approche de la notion de dénominateur ; Structuration**



Obstacles

- savoir dire ce qu'on fait »
- associer les pliages et les valeurs représentées.

Commentaires

- Savoir **articuler argumentation (oral) et manipulation** pour construire un nouveau nombre.
 - S'appuyer sur les premières compréhensions, mais besoin d'être vigilant (compter les plis)
- **Structurer** au fur et à mesure les différentes égalités mathématiques
- Articuler **langage mathématiques et langage courant**
- Aménager **une progressivité** : $\frac{1}{2}$ - $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$

La trace écrite

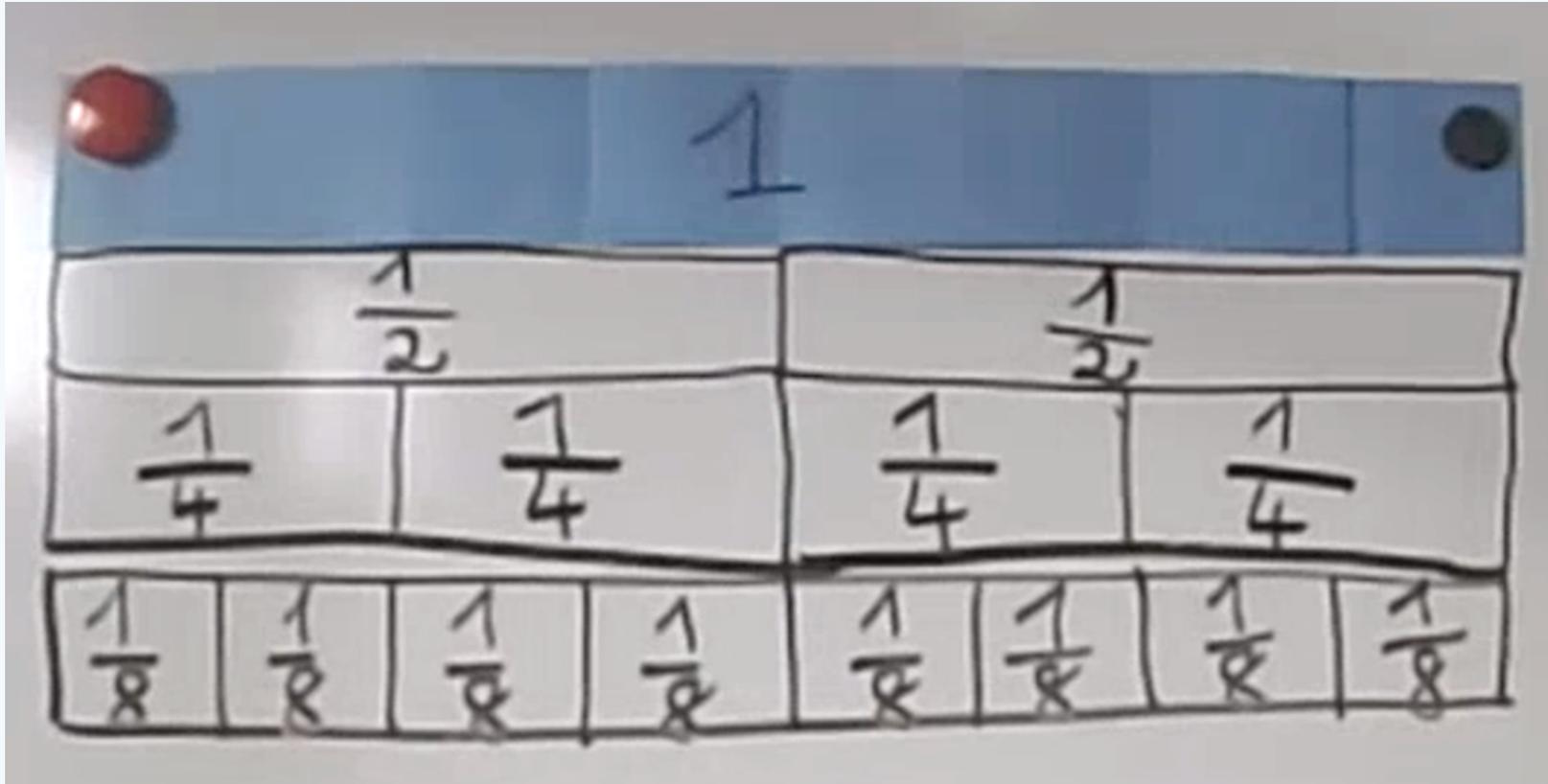
Les écrits de travail ont montré leur intérêt dans la séance ci-dessus :

- pour les élèves, c'est un essai pour structurer leur pensée.
- pour l'enseignant et la classe, cela sert à repérer les difficultés et donner des outils, ici le lexique et le concept de fraction associé.

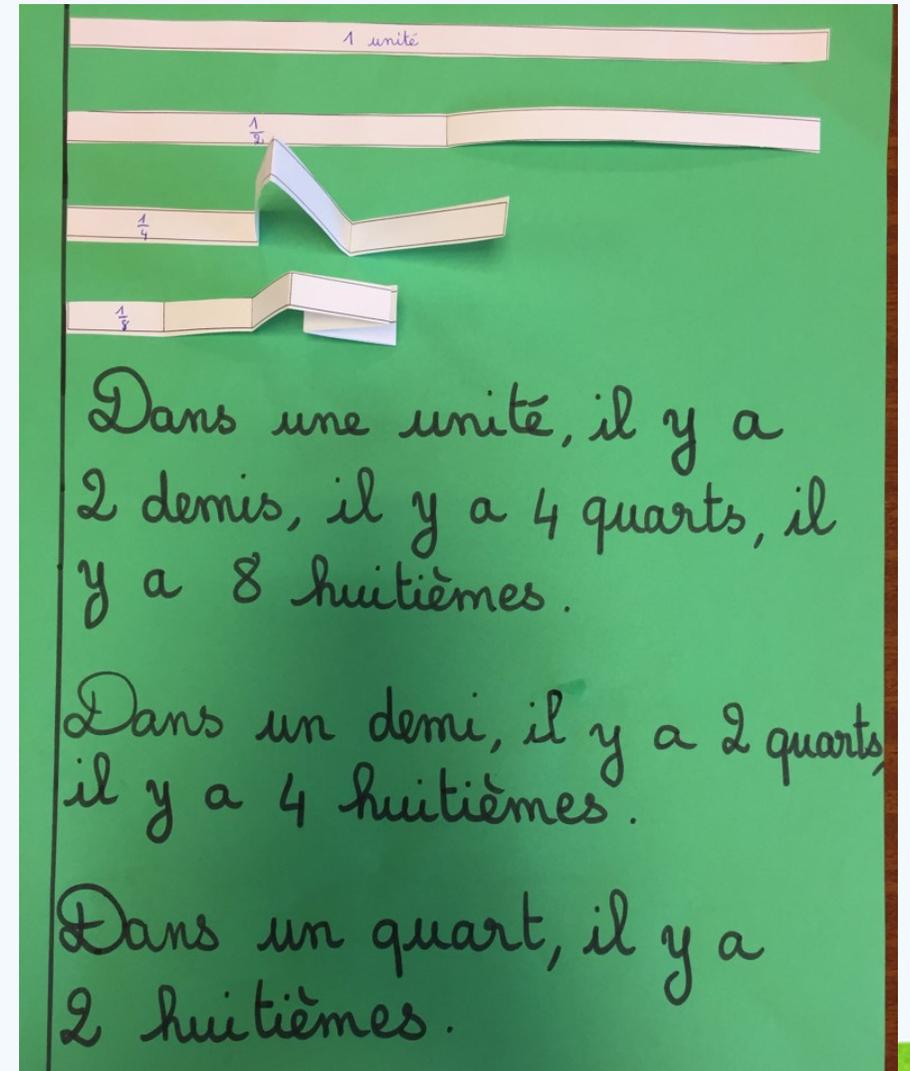
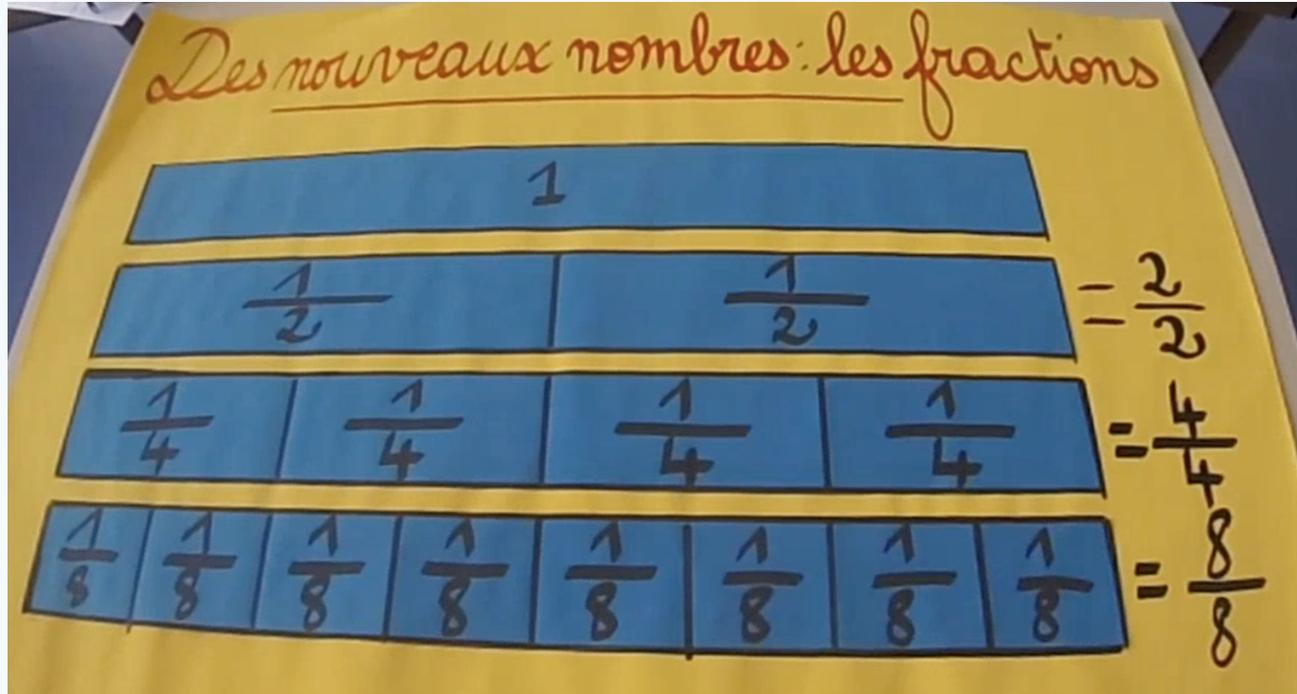
Prénom de l'émetteur : Sarah, Nessie	Feuille n°2
Message : Pour reconnaître le segment, il faut 2 bandes entières et la moitié de 1 bande.	$\frac{2}{2}$
Prénom du récepteur : Violette Alannah	
Segment de la feuille n°3 correspondant au message : 2	
Remarques : C'est très bien nous avons réussi à trouver facilement grâce à votre message. Merci Sarah Nessie	

Deux types d'affichage sont également présentés :

- des affichages intermédiaires, directement liés à la situation.



- des affichages référents, correspondant à une première généralisation du savoir acquis.





Autres séances

Ces séances seront plus courtes que la première. La réutilisation de ce même matériel, dans des situations similaires, va permettre de :

- cibler la **charge cognitive** (la réflexion, la concentration) sur la notion de fraction, et non sur l'appropriation d'un nouveau matériel.
- consolider la notion d'**unité, demi, quart et huitième** au travers de la manipulation sans progresser trop rapidement vers l'abstraction (risqué pour les élèves fragiles).
- proposer une réelle réflexion mathématique aux élèves.

Pour des raisons de manipulation, nous nous limiterons aux **demis**, **quarts** et **huitièmes** avec ce matériel.

Pour ces séances, le matériel peut être préparé par les élèves : préparer une bande faisant les demis, une autre les quarts et une dernière pour les huitièmes en repassant les plis au crayon.

On peut également changer la longueur de la bande unité afin de consolider cette notion qui est souvent un obstacle pour les élèves.

Séance 2 :

Proposer la même situation mais en introduisant 2 bandes inférieures à l'unité de longueur $\frac{3}{4}$ et $\frac{5}{8}$ (il faut au moins deux bandes inférieures à l'unité afin d'avoir besoin de précision pour les identifier) et des bandes comprises entre 1 et 2 unités.

⇒ Repérer les écritures équivalentes : $1 + \frac{1}{8} = \frac{9}{8}$; $\frac{3}{4} = \frac{1}{4} + \frac{1}{2}$; $\frac{4}{8} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$...

⇒ A l'oral, l'enseignant compare à l'unité, encadre les longueurs entre 2 entiers consécutifs (ici, 1 et 2)

Séance 3 :

En individuel, mesurer des segments. Choisir des longueurs en demis, quarts et huitièmes. Repérer également les écritures équivalentes.

Séance 4 :

Tracer des segments d'une longueur donnée : $5/4$, $9/8$, $1 + 3/4$...

Séance 5 :

Trouver différentes écritures pour une même longueur.

Les séances 3 à 5 peuvent être réalisées plusieurs fois



3) Activités spécifiques ou ritualisée

Les séances et outils ci-dessous vont permettre de rebrasser les connaissances acquises précédemment et de découvrir d'autres dénominateurs.



Inventées par M.Cuisenaire, ces 10 réglettes correspondent à des longueurs de 1 (blanc) à 10 (orange). Elles permettent ainsi de manipuler le concept de fraction et de consolider la notion d'unité en variant le choix de celle-ci (l'unité peut être la réglette orange ou jaune ou...). Elles sont vendues sous différents formats (quantité, boîte ou sac).

Si vous souhaitez les acquérir, attention à ne pas choisir celles qui sont graduées car cela réduit les possibilités.