Zone Afrique Occidentale

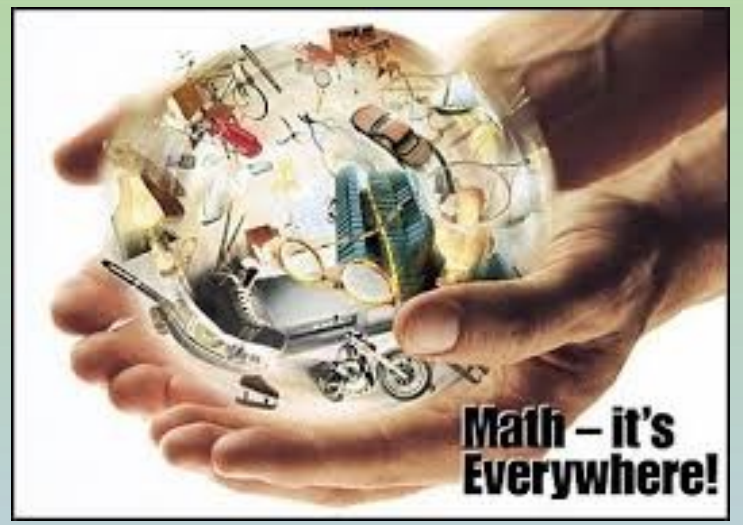
aefe
Agence pour l'enseignement français à l'étranger

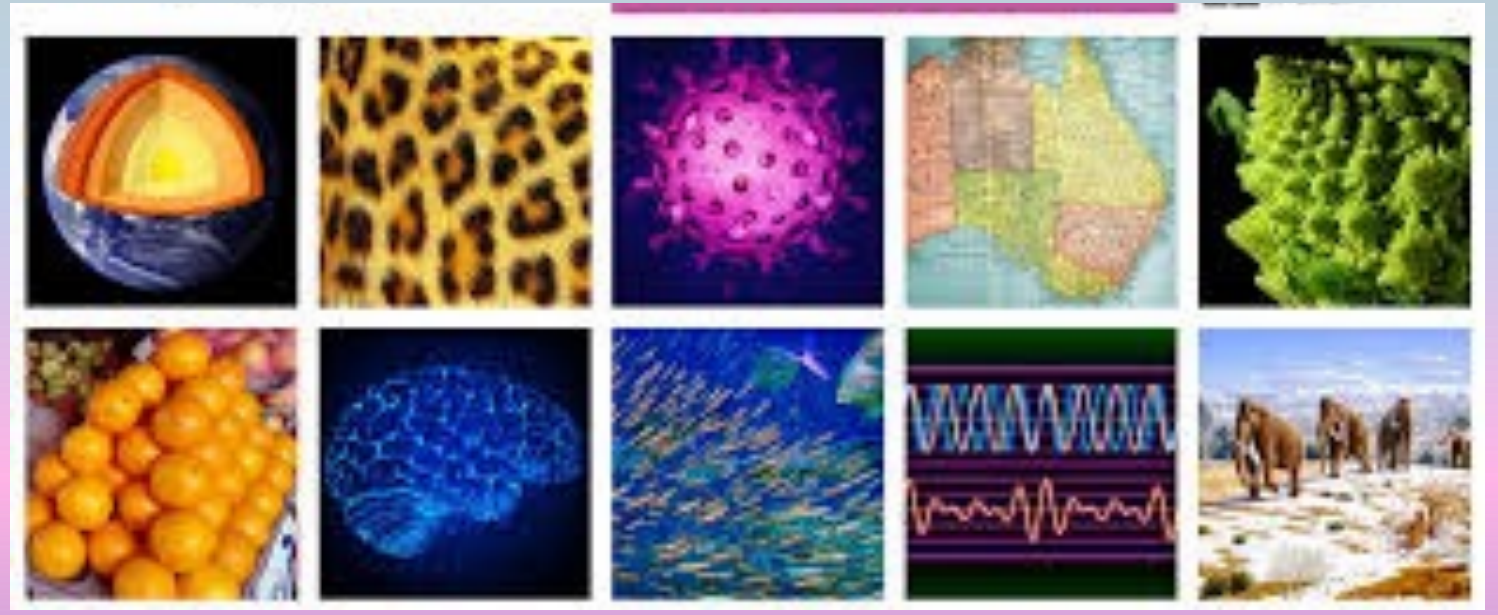
STAGE MHM C2 C3:

journée 3

Stage ZOA Mars 2021 – Régis ELIES
EEMCP2 Maths et Emmanuelle VARO
CPAIEN DAKAR

30 ans aefe
CAP 2030
Agence pour l'enseignement français à l'étranger





ATELIER 6 – 30 min

- **Mettez vous en groupe libre afin d'examiner des problèmes**
- **Vous en ferez l'analyse : niveaux de classe concernés, les compétences travaillées, les difficultés potentielles….**

Enseignement des problèmes IH2EF

- https://video.toutatice.fr/video/3696-ateliers-sur-lemploi-des-reglettes-cuisenaire/
- http://videos.cndp.fr/esen/fad/Transfert_videos/Directs_1D/direct_17-11_Partie1.mp4

LE RÔLE DU PROBLÈME

Selon la situation d'apprentissage, un même problème peut avoir différentes fonctions et correspondre à différents types de problèmes

Fonctions	**PROBLÈMES POUR APPRENDRE**			**PROBLÈMES POUR CHERCHER**
Types de problèmes	**Situation problème**	**Problème d'application directe**	**Problème de réinvestissement /transfert**	**Problème ouvert**
	Problème dont la résolution vise la **construction d'une nouvelle connaissance** ou d'un nouvel aspect d'une connaissance antérieure	Problème destiné à **s'entrainer** à maîtriser le sens d'une connaissance nouvelle	Problème complexe nécessitant **l'utilisation de plusieurs connaissances** construites dans différents contextes	Problème centré sur le **développement des capacités à chercher** : en général, les élèves ne connaissent pas la solution experte

LE RÔLE DU PROBLÈME

Exemple

« J'ai 250 œufs. Combien de boîtes de 6 sont nécessaires pour les ranger ?"	**Problème Ouvert**	Les élèvent ne connaissent pas la technique de la division. Ils sont face à un défi intellectuel qu'ils doivent relever pour chercher. Ils vont **utiliser différentes procédures personnelles** : dessin, calculs partiels…
	Situation Problème	Ils ne connaissent pas encore la technique de la division. **Analyser les procédures utilisées** et leurs limites. **Identifier la procédure experte** pour introduire la technique opératoire de la division.
	Problème d'application	La division a été étudiée. Les élèves sont censés reconnaître un problème de division et **utiliser la technique opératoire pour le résoudre**.

LES DIFFÉRENTES CATÉGORIES DE PROBLÈMES

- La présentation suivante s'appuie sur la typologie de Gérard Vergnaud, et sur les problèmes proposés dans le document d'accompagnement « le Nombre au cycle 2 »

- La présentation des catégories ne correspond pas une progression finalisée.

- « Cette catégorisation peut également servir de grille de lecture pour l'analyse des manuels que l'on voudrait utiliser dans la classe pour travailler le champ des problèmes additifs et soustractifs. »

E. Touchard CPC

LES PROBLÈMES ADDITIFS ET SOUSTRACTIFS

PROBLEMES DE TRANSFORMATIONS		
1. Transformation positive ; recherche de **l'Etat Final**	Léo avait 3 billes. Puis Juliette lui a donné 5 billes. Combien de billes a maintenant Léo ? »	Ei **T+** → ?
2. Transformation négative ; recherche **de l'Etat Final**	« Léo avait 8 billes. Puis il a donné 5 billes à Juliette. Combien de billes a maintenant Léo ? »	Ei **T-** → ?

E. Touchard CPC

LES PROBLÈMES ADDITIFS ET SOUSTRACTIFS

PROBLEMES DE TRANSFORMATIONS		
3. Transformation positive ; recherche de **L'ÉTAT INITIAL**	« Léo avait des billes. Puis Juliette lui a donné 5 billes. Maintenant Léo a 9 billes. Combien de billes avait Léo ? »	**T+** ? → Ef
4. Transformation négative; recherche de **L'ÉTAT INITIAL**	« Léo avait des billes. Puis il en a donné 5 à Juliette. Maintenant Léo a 3 billes. Combien avait–il de billes ? »	**T-** ? → Ef

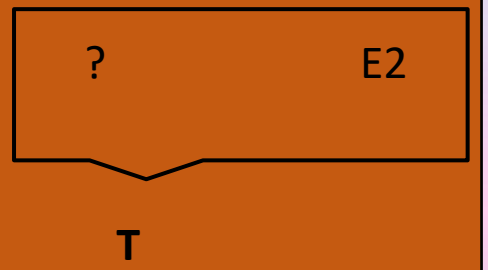
E. Touchard CPC

LES PROBLÈMES ADDITIFS ET SOUSTRACTIFS

PROBLEMES DE TRANSFORMATIONS		
5. Recherche de la transformation positive	« Léo avait 3 billes. Puis Juliette lui a donné des billes. Léo a maintenant 9 billes. Combien de billes Juliette a–t–elle données à Léo ? »	? → Ei Ef
6. Recherche de la transformation négative	« Léo avait 9 billes. Puis il a donné des billes à Juliette. Maintenant Léo a 4 billes. Combien de billes Léo a–t–il données à Juliette ? »	? → Ei Ef

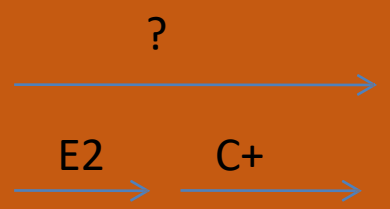
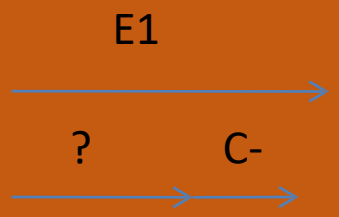
E. Touchard CPC

LES PROBLÈMES ADDITIFS ET SOUSTRACTIFS

PROBLEMES DE COMBINAISON		
7. Recherche de la composée de deux états.	« Léo a 3 billes. Juliette a 7 billes. Combien de billes ont Léo et Juliette ensemble? »	E1 E2 **?**
8. Recherche d'un état connaissant un second état et la composée des deux états.	« Léo et Juliette ont 17 billes ensemble. Juliette a 8 billes. Combien Léo a–t–il de billes ? »	

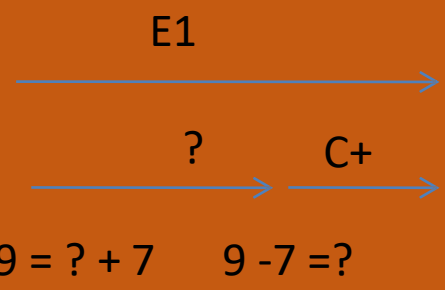
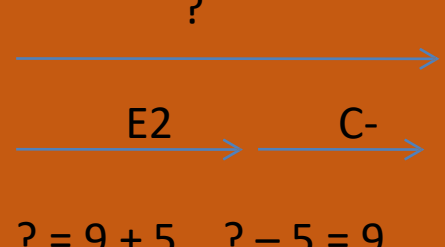
E. Touchard CPC

LES PROBLÈMES ADDITIFS ET SOUSTRACTIFS

PROBLEMES DE COMPARAISON		
9- **Recherche de l'état à comparer** connaissant l'état comparé et la comparaison positive.	« Léo a 3 billes. Juliette a 5 billes de plus que lui. Combien de billes Juliette a–t–elle ? »	
10 - **Recherche de l'état à comparer** connaissant l'état comparé et la comparaison négative.	« Léo a 9 billes. Juliette a 5 billes de moins que lui. Combien de billes Juliette a–t–elle ? »	

E. Touchard CPC

LES PROBLÈMES ADDITIFS ET SOUSTRACTIFS

PROBLEMES DE COMPARAISON		
11- **Recherche de l'état comparé** (comparaison positive)	« Léo a 9 billes. Il en a 7 de plus que Juliette. Combien de billes Juliette a–t–elle ? »	
12- **Recherche de l'état comparé** (comparaison négative)	« Léo a 9 billes. Il en a 5 de moins que Juliette. Combien de billes Juliette a–t–elle ? »	

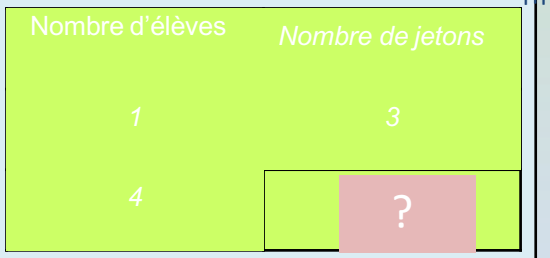
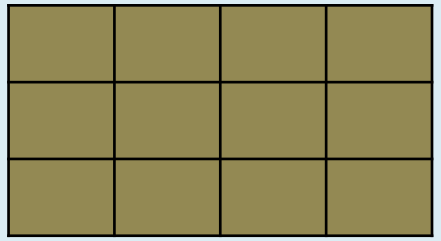
E. Touchard CPC

LES PROBLÈMES ADDITIFS ET SOUSTRACTIFS

PROBLEMES DE COMPARAISON		
13- **Recherche de la comparaison positive** connaissant les deux états.	« Léo a 3 billes. Juliette en a 9. Combien de billes Juliette a–t–elle de plus que Léo ? »	E1 → E2 C+ → → 3 + ? = 9 9- 3 = ?
14 -**Recherche de la comparaison négative** connaissance les deux états.	« Léo a 8 billes. Juliette en a 6. Combien de billes Juliette a–t–elle de moins que Léo ? »	E 1 → E2 C- → → 8 – 6 = ? 6 + ? = 8

E. Touchard CPC

LES PROBLÈMES MULTIPLICATIFS

15 - <u>Problème relevant de l'addition réitérée</u> On connaît la valeur de 1, et on cherche pour plusieurs	« Il y a 4 élèves. La maîtresse distribue 3 jetons à chaque élève. Combien distribue–t–elle de jetons en tout ? »	
16 - <u>Problème relevant du produit de mesures</u> La représentation rectangulaire rend visible la propriété de commutativité de la multiplication	« Quel est le nombre de carreaux que contient une tablette de 3 sur 4 ? »	

LES PROBLÈMES DE DIVISION

17 - **Problème de division quotition** On recherche du nombre de parts	« La maîtresse a 12 jetons. Elle les distribue à un groupe d'élèves. Chaque élève reçoit 3 jetons. Combien y a–t–il d'élèves ? »	
18 - **Problème de division partition** On recherche la valeur d'une part	Exemple : La maîtresse a 12 jetons. Elle les distribue à 4 élèves. Chaque élève a le même nombre de jetons. Combien de jeton a chaque élève ? 4 X ? = 12 12 : 4 = ?	

Questionner la séance de résolution de problème

Une situation pour questionner la séance type de résolution de problème

La chèvre et le paysan

Un paysan va au marché,

Il achète 3 chèvres à 12 500 CFA

Il en revend 2 au prix de15 000 CFA chacune

Il rachète une autre chèvre 17 500 CFA

Il la revend 20 000 CFA

Va-t-il gagner de l'argent et si oui combien ?

- *Quelles sont les caractéristiques de ce problème ?*
- *Quelles sont les compétences mobilisées dans sa résolution ?*
- *Quelles difficultés peut-on anticiper ?*
- *Quelles pistes d'étayage peut-on proposer ?*
- *Comment gérer l'hétérogénéité ?*

QUELQUES recommandations

les temps collectifs = *Étapes « critiques » de la correction*

- **L'introduction de la séance :** engager et expliciter sans « tuer » le problème. (Il doit toujours y avoir un problème à résoudre à l'issue de cette étape !// ou un autre problème similaire en prévision des élèves les plus rapides)

- **La mise en commun des stratégies :** parasitage des stratégies pertinentes par d'autres ; quelle hiérarchisation ?

- **La correction collective :** découvrir le raisonnement « juste » ne suffit pas pour progresser, il faut comprendre en quoi sa propre stratégie est erronée ;

  Préférer une synthèse autour de l'objectif poursuivi plutôt qu'une correction

  - comparaison des problèmes résolus, en quoi sont-ils semblables ? En quoi sont-ils différents ?
  - quelle schématisation experte ?
  - Quelles étaient les difficultés de ce problème ?

Les temps collectifs …

- Plus l'élève est jeune plus l'organisation du collectif « parasite »

l'activité mathématique

Quelle constitution des groupes ? À quel moment de la séance ? Par qui ? Pour quoi ?

La manipulation / mise en scène

- Distinguer le temps du « jeu » (on « joue » la scène) du temps « mathématique »
- Certains problèmes (recherche état initial sont très difficiles à « jouer » … la donnée manquante devenant un obstacle à sa représentation …

Questionner l'enseignement de la résolution de problèmes

Quelles sont les recommandations et les aides ?

Résolution de ces problèmes à l'aide du modèle en barre

37	6
43	

Les différents modèles en barres

Partie 1	Partie 2
Tout	

Problème partie - tout

Avant	Augmentation
Après	

Diminution	Après
Avant	

Problème avant - Après

Petite quantité	Ecart
Grande quantité	

Problème de comparaison

Comment analyser le contexte des énoncés, le vocabulaire et la difficulté mathématique des problèmes proposés ?

À propos de l'objectif de la séance :

- Nouveau type de problème
- Modélisation
- Calcul
- Formalisation

à présenter simultanément à d'autres types déjà connus et maîtrisés

sur des types de problèmes déjà connus et maîtrisés

1 seul objectif à la fois – un objectif explicite pour les élèves

- **À propos du vocabulaire : privilégier des énoncés au lexique connu des élèves ; ou bien, prenez le temps de travailler sur ce vocabulaire et d'en garder une trace.**

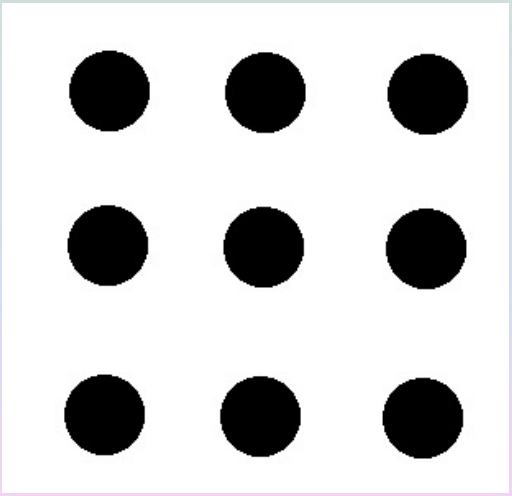
- ***L'usage des pronoms***

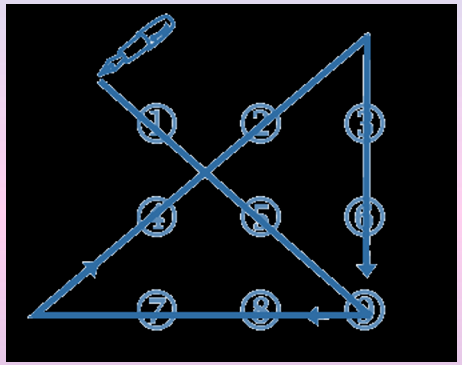
Lucie avait 43 billes ce matin. Elle en a perdu 6 pendant la récréation. Combien lui en reste-t-il maintenant ?

Enrichir la mémoire des problèmes résolus

pas dans le but de faire mémoriser des procédures mais pour qu'ils disposent d'un répertoire de stratégies à combiner …

Sans lever le crayon, comment relier les neuf points à l'aide de seulement quatre traits droits qui se touchent ?





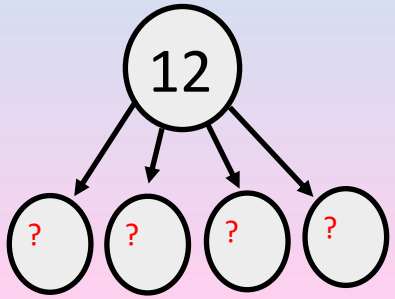
- **Passer de la compréhension de la situation …**

=> se représenter la situation

- **… à la traduction en situation mathématique.**

=> représenter le problème

- **Puis opérationnaliser la situation**



12 : 4 = ?

- **Et traiter le calcul … à condition de disposer des ressources nécessaires**

=> calcul en ligne, calcul mental, calcul posé, calculatrice …

À propos de la compétence MODELISER

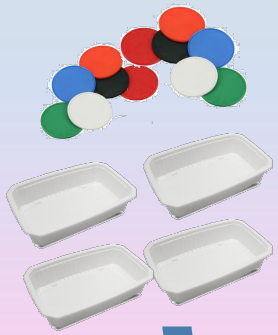
Problème : 12 pommes dans 4 paniers

Manipulation d'objets proches de la réalité évoquée.
La situation peut-être concrètement «jouée».

Manipulation d'objets symboliques.
La situation peut-être concrètement «jouée» mais les objets manipulés présentent un niveau d'abstraction.

MANIPULER

ABSTRACTION

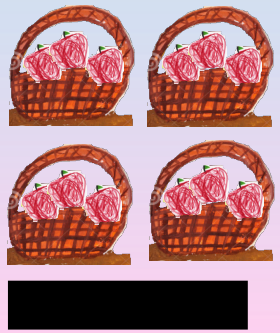


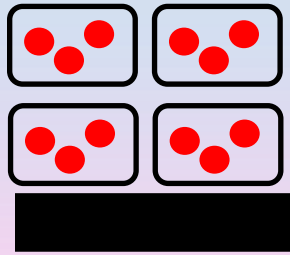
Pour GARDER UNE TRACE des manipulations puis pour ANTICIPER les manipulations
- une photo

Et / ou une **REPRESENTATION**
- Par un **dessin**
- Par un **schéma**

Le schéma est une forme initiale de **MODELISATION** puisque il porte un degré **d'abstraction** supplémentaire par rapport au dessin.

REPRESENTER





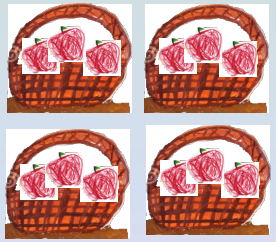
ABSTRACTION

La modélisation consiste utiliser un outil mathématique qui s'abstrait de la réalité évoquée en vue de sa résolution concrète.

REEL (pommes + panier) → utilisation d'une forme de modélisation suivant les capacités d'abstraction = modélisation mathématique experte ici **la division : 12 : 4** → **Retour au REEL :** 3 pommes dans chaque panier.

MODELISER

REPRESENTER



Dessin

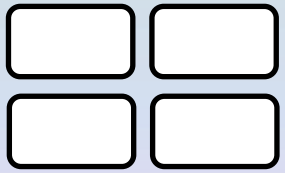
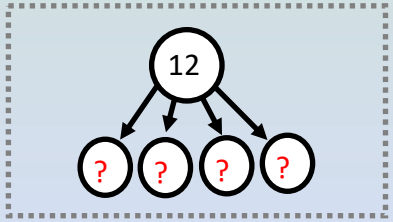
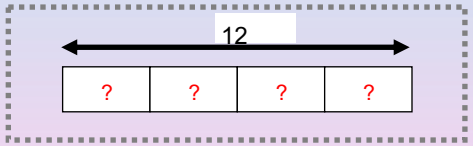


schéma
= modélisation du réel





Modélisation pré-mathématique
= schématisation mathématique

4 x ? = 12

12 : 4 = ?

Modélisation mathématique
«experte»

Niveau d'abstraction mathématique permis par la VERBALISATION

Pour résumer

Questionner :

- le rythme et le nombre de problèmes hebdomadaires
- La variété et la progressivité des problèmes rencontrés
- L'explicitation des relations entre problèmes qui appartiennent au même champ conceptuel
- L'objectif poursuivi de la séance
- Une forme de représentation qui suive la scolarité de l'élève
- Les outils d'institutionnalisation (affiches, cahiers) = la mémoire « externe » de l'élève

4 AXES de questionnement

AXE 1 : Comment organiser la progressivité de l'enseignement de la résolution de problème ?

AXE 2 – Comment accompagner progressivement l'abstraction des élèves vers une réponse mathématique experte ?

AXE 3 – Comment aider les élèves à mobiliser leur mémoire des problèmes déjà résolus pour résoudre de nouveaux problèmes ?

AXE 4 – Comment aider TOUS les élèves à réussir en résolution de problèmes ?

Traces écrites-cahier de référence

Enseignement **explicite** de la résolution de problèmes

Des références **construites avec les élèves** et notées dans les cahiers prévus à cet effet (cahier de référence + affichage)

Base de référence systématique pour la résolution de problème dans le cycle. **Pas d'utilisation systématique par les élèves.**

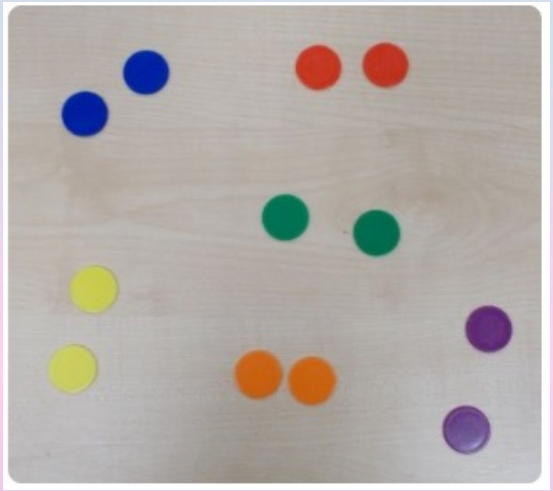
Ces exemples-types doivent servir **de références systématiques** lors des résolutions de problèmes ultérieures (« c'est comme...)

La formalisation de ces exemples-types doit être l'occasion d'introduire des **représentations**, sous forme de **schémas** bien adaptés, permettant la **modélisation** des problèmes proposés.

L'objectif n'est pas d'établir un catalogue détaillé de typologies de problèmes pouvant exister.

DES PROBLEMES PARTICULIERS

Les photo-problèmes



Présentation du projet

Il s'agit de mettre en place dans une école (dans un même niveau par exemple) un défi mathématiques orienté sur la résolution de problèmes, s'appuyant sur le dispositif « M@ths en-vie » fonctionnant sur la base de « **photo-problèmes** ».

Les **photo-problèmes** utilisés ne sauraient être uniquement de simples illustrations. Elles doivent contenir un ou des éléments mathématiques qu'il est nécessaire de prélever pour pouvoir résoudre le problème.

Les problèmes atypiques, dits problèmes ouverts, de logique, de perception dans l'espace… ne peuvent être résolus directement en faisant simplement appel aux situations basiques de référence ou aux connaissances mathématiques dont disposent les élèves.

Ils nécessitent de représenter la situation par **un schéma** ou d'être résolus par une **manipulation**, par une **suite d'essais/erreurs**, par une **succession d'étapes**...

Ce sont des problèmes de recherche pour lesquels les élèves doivent mobiliser leurs capacités de créativité, d'organisation et de coopération.

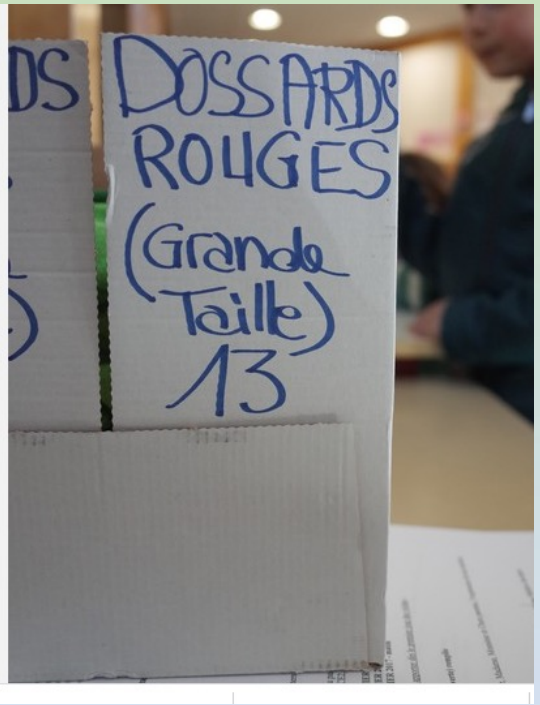
Les photo-problèmes

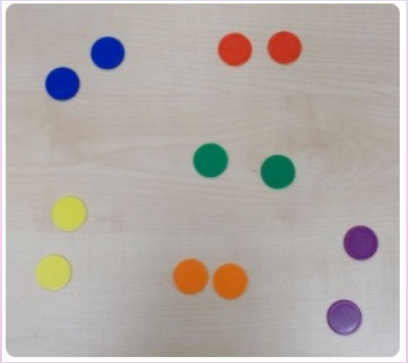
Ces problèmes vont amener les élèves à :

- faire des hypothèses et de les tester ;
- vérifier par eux-mêmes les résultats obtenus ;
- élaborer une démarche pertinente afin de produire une solution collective ;
- favoriser les échanges entre élèves ;
- verbaliser des stratégies ;
- s'engager avec plaisir dans de nouvelles situations, ludiques ;
- favoriser la prise d'initiative.

- Partir d'une **photographie** pour mettre les élèves en situation de réflexion sur quelque chose de concret, de la vie quotidienne, de leur entourage proche.
- Proposer des **situations diverses et variées**. (animaux, fruits, légumes, transports, objets de l'école, meubles de la maison, fleurs, cartes, vêtements, vaisselles, habitations…
- Varier **les objectifs** d'apprentissage. Ne pas travailler le même type de problème.
- Organisation pédagogique: **travail en groupe** pour favoriser les échanges.

En élémentaire





Présentation du projet pour le cycle 2 et 3

Les tâches à effectuer seront donc les suivantes :
Chaque classe alternera entre les rôles d'**émetteur** et **récepteur.**

Rôle d'émetteur :

- **Produire** une ou plusieurs photos (ou en sélectionner sur le site « M@th en-vie »)
- **Rédiger** un énoncé associé à chaque photo (et le résoudre)
- **Proposer** des aides à la résolution :
  - **Aide n°1 :** Problème basique : Explicitation de la donnée de la photo avec une phrase. / Problème complexe : Explicitation de l'étape implicite (la « question cachée »).
  - **Aide n°2 :** Un problème de la même catégorie mais résolu (contexte et nombres différents, simples)
  - **Aide n°3 :** Le schéma associé au problème, complet.
- **Partager,** par ces photo-problèmes avec les autres classes ou un groupe, avec les aides associées

Rôle de récepteur :

- **Résoudre** le problème d'une autre classe ou d'un autre groupe.

En cas de difficulté, ouvrir **les aides** une par une, selon les besoins

- **Envoyer** sa réponse à l'émetteur par l'intermédiaire en indiquant les aides utilisées, le cas échéant

- **Vérifier** la validité de la réponse par retour de la classe émettrice

Exemple des tâches à effectuer par l'émetteur

1) **Produire** ou trouver une photo

Photo de l'état final

2) **Rédiger un énoncé** correspondant au type de problème travaillé en classe

Transformation d'états avec recherche de l'état initial

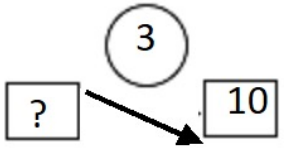
Les madeleines

Quel était le nombre de madeleines avant ?

La maîtresse a mangé 3 madeleines. Ensuite, elle a pris en photo les madeleines qui restent.

Exemple des tâches à effectuer par l'émetteur

3) **Proposer des aides** à la résolution

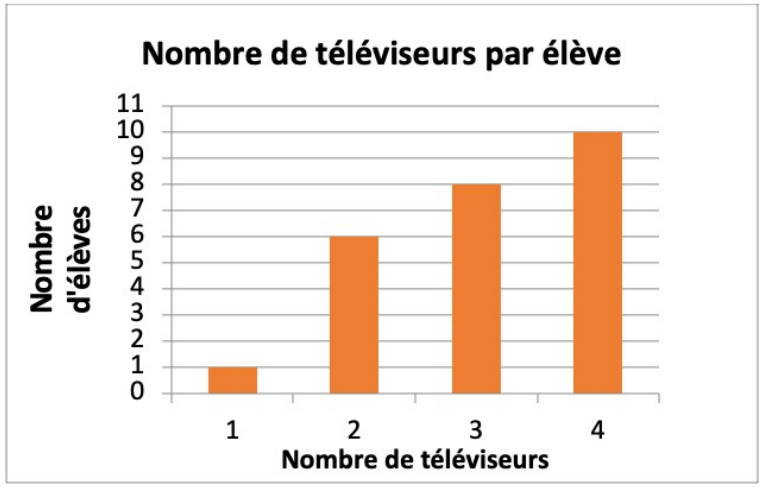
Il reste 10 madeleines.	On cherche le nombre de billes que j'avais en arrivant à l'école. J'ai perdu 2 billes à la récréation. Il m'en reste 4 maintenant. 4 + 2 = 6. J'avais 6 billes en arrivant à l'école.	
Aide n° 1 *Problème n°3*	**Aide n° 2** *Problème n°3*	**Aide n° 3** *Problème n°3*

4) **Partager le problème** avec une autre classe ou un autre groupe.

Problème sans énoncé :

1. Phase explicative : que voit-on ?
2. Consigne : trouvez tout ce qu'il est possible de trouver.
3. Ecrire la procédure
4. De quoi a-t-on besoin pour ce problème ?
5. Automatisation

Consigne : trouvez tout ce que vous pouvez trouver



Après recherches (écrire les différentes recherches au tableau)

LES PROBLÈMES SANS ÉNONCÉS

ATELIERS 7

30 min

- **Choix des dispositifs libre**
- **Le dossier 7 vous propose de vous entraîner à fabriquer des problèmes selon la catégorisation de Vergnaud.**
- **Vous trouverez dans la pochette le PDF de la catégorisation complète et la correction.**

ATELIERS 8

60 min - A vous de jouer…

Choisissez parmi ces 2 ateliers celui dans lequel vous souhaitez travailler

SEQUENCE / SEANCE

Un groupe d'enseignants a travaillé sur la mise en forme d'une séquence d'enseignement autour de la résolution de problèmes.

Les fiches séances ont été commencées, à vous de compléter celles qui manquent.

PHOTO PROBLEME

Choisissez un objet ou une scène à photographier et construisez votre propre photo problème.

ATELIERS 9

1h15

- Choix des dispositifs libre
- Mise en place de forums, d'ateliers de travail autour d'un thème (évaluation, cahier de maths, …)
- Ou bien, terminer un travail commencé dans un des ateliers