**LA CONSTRUCTION DU NOMBRE AU CYCLE 1 :**

**M FAYOL**

Les objectifs de l’école maternelle dans l’apprentissage des mathématiques sont liés aux évaluations internationales. Elles montrent que la France est le pays le plus inégalitaire et qu’il est urgent de réagir.

Les mathématiques sont complexes et s’appuient sur des compétences verbales, non verbales, l’attention, la mémoire, la planification….. Dès la petite enfance, il faut donc veiller !

Entre 2 et 6 ans, les enfants **n’ont pas de conception unifiée**. Des savoir-faire, des acquisitions sont pourtant faites. Il faut donc permettre à l’enfant **d’acquérir des représentations, des codes numériques** pour qu’à l’entrée du CP les élèves s’appuient sur des bases solides.

**I APPRENDRE LE NOMBRE AU CYCLE 1**

**Un bilan des difficultés :**

Trois types :

* Difficultés propres aux mathématiques (sens du nombre, comptage et dénombrement, traitement des opérations…)
* Difficultés liées aux capacités générales : langage, attention, mémoire de travail, vitesse, émotion, anxiété
* Difficultés inhérentes aux apprentissages trop précoces (dans la famille, à l’école)

En occident, les enfants ne savent plus utiliser les nombres dans la vie courante, on a dés -arithmétisé la vie courante. Seule l’école scolarise ces apprentissages.

**Les objectifs :**

A l’école maternelle, **l’objectif est de donner une base sur le dénombrement jusqu’à 10**. L’enseignement explicite avec les très jeunes enfants n’est pas adapté et ne leur permet pas de comprendre la construction des quantités et des nombres.

Il faut remédier si les difficultés ne sont pas surmontées par les interventions pédagogiques en première intention.

**Comment faire ?**

Enseigner FORMELLEMENT NE SUFFIT PAS !

Il faut privilégier les activités ludiques, à travers lesquelles ils vont pouvoir **VIVRE, COMPRENDRE, AGIR SUR LES NOMBRES**.

Pour acquérir la notion ordinale, cardinale du nombre, la commutativité…… il va falloir construire **des situations** pour que les enfants puissent les découvrir.

**Permettre la réussite pour tous :**

* Prévenir les échecs et l’anxiété
* Traiter en temps réel les difficultés ; aider à les surmonter
* Remédier

**Ne pas enseigner, faire apprendre**

**II LE NOMBRE ET L’ARITHMETIQUE :**

LA LOGIQUE NUMERIQUE chez l’adulte (des concepts à faire travailler avec les élèves) ;

LE CARDINAL : propriété des ensembles, le cardinal trois est très abstrait ! C’est la permanence avec les objets (3étoiles, 3 tables…) qui fait obstacle.

Aujourd’hui on est passé d’une utilisation de l’adjectif à l’utilisation nominale. Les enfants ne peuvent comprendre cette notion de 3.

**DES ETAPES**:

* La classification : la notion de cardinal
* La comparaison : sériation et inclusion : 3>2, 2 est inclus dans 3……
* La notion d’unité est très difficile.
* Les compositions et décompositions : 3 et 2, 7 : 2 et 5. Pendant très longtemps les élèves le font mais ne peuvent le représenter mentalement et utiliser un code.
* La commutativité : 3+2=2+3
* L’inversion : 3+2= 5

L’enjeu est donc de **faire vivre des situations**, puis **coder avec le langage**, puis coder **avec les chiffres arabes**.

Les enfants font des transformations mais pas d’opérations.

Ce n’est qu’au CE1 que les opérations additives et soustractives s’installent, la division et la multiplication au CE2/CM1.

La signification du 0 peut être abordée et travaillée dans les chiffres une fois que les quantités ont été introduites. La difficulté principale apparait lorsque que le 0 code un nombre et la représentation décimale : Ex : 107.

Ces propriétés sont élaborées **progressivement** par le biais de manipulations concrètes puis mentales, **en fonction des quantités** manipulées, car **les propriétés construites ne sont pas transférables par les enfants** de l’école maternelle.

**1 Comparer et sérier**: de l’intuition au dénombrement

Le nouveau -né a déjà une intuition des quantités, de 1, 2, 3, on peut donc s’appuyer sur elle. Les intuitions sont disponibles : le plus grand, le plus lourd….. : le subitizing.

LE COMPTAGE est verbal. Réciter le nom des nombres, c’est une activité purement formelle.

DENOMBRER : c’est donner la quantité de

LE COMPTAGE n’est pas une preuve des compétences mathématiques, ce n’est qu’un élément !

Les performances des comparaisons dépendent de la différence entre deux ensembles ou collections. Les comparaisons deviennent plus difficiles quand les nombres augmentent.

Les enfants s’appuient sur la perception, il va falloir qu’en classe on les amène au dénombrement.

**2 Quantifier : donner la quantité de….**

Deux capacités :

**Subitizing** (percevoir la quantité en un seul regard, les nouveaux -né possèdent cette capacité) et **le comptage** (à partir de 5 : sans compter, pas de dénombrement de la quantité).

**Il faut donc distinguer ces deux capacités !**  Le comptage est lent, demande de l’attention, mobilise la motricité, sensible à l’interférence (compter des points rouges et des points orange, c’est difficile).

Il y a des problèmes de **coordination**.

**III LA LIGNE NUMERIQUE**

*Ligne numérique : cardinale
Bande numérique : ordinale*

Petites quantités sur estimées, grandes quantités sous estimées ; les enfants n’ont pas conceptualisé que les distances entre les nombres sont constantes.

Travail à faire avec les élèves de maternelle à partir de jeux : la grenouille va sauter sur des nénuphars…… A travailler avec des petits chiffres, des configurations, intérêt d’évaluer dans quelle mesure les élèves repèrent l’UNITE !

Lors d’évaluation, on s’aperçoit qu’au CE1 ? il n’y a presque pas d’erreur mais ce n’est pas vrai du tout en GS. Les jeunes enfants surestiment des petites quantités et sous-estiment les grandes quantités. Ils n’ont pas compris que les distances sont constantes. Pour travailler, utiliser les jeux de plateau (chevaux, oie….) mais la **présentation doit être en ligne** !

Utiliser la ligne numérique dès la MS (de 0 à 5) puis en GS et en poursuite tout au long de l’élémentaire jusqu’aux fractions . Pour les plus petits démarrer à 1.

Pour enseigner, il faut multiplier les supports !

**A RETENIR POUR LE CYCLE 1 :**

**Des notions**: cardinal, ordre, unité, itération de l’unité, commutativité, inversion, correspondance terme à terme. Ces notions sont objectives et doivent s’installer dès l’école maternelle sans les nommer.

**Des savoir-faire** à verbaliser : comparer, mettre en ordre, chaine verbale (noms de nombre, chiffres arabes dans l’ordre) et comptage, dénombrer.

**Passages** du nombre : l’action (donner, avancer….), de l’action au nombre (comptage, etc..) relations avec l’espace (ligne numérique), des situations aux traitements. (résolution de prb)

**Des leurres**: espace occupé, longueur….. C’est l’objectif de l’école maternelle, dépasser ces pièges.

**IV QUE SAVENT-ILS A L’ENTREE DE L’ECOLE MATERENLLE ?**

Tous les enfants de 3 ans sont capables d’identifier les quantités 1 et 2 mais c’est moins vrai avec 3. Ce sera donc un o**bjet d’apprentissage**. La quantité 4 est complexe.

Il est important de présenter les configurations non régulières pour faire travailler les élèves.

Discriminer les petites quantités  est une compétence sans doute **associée aux capacités de mémoire à court terme** (elle peut être aussi phonologique, langagière, visuelle et permet de conserver des informations),

Cela **ne signifie pas que les enfants comprennent la quantité de référence,** ni qu’ils l’associent aux symboles verbaux ou indo-arabes. Il faut donc le TRAVAILLER régulièrement.

On va pouvoir l’étendre à des quantités plus grandes avec les dés, dominos… Utile si l’action est conjointe. Attention **à la mise en relation avec le numérique** et non pas rester sur la mémoire visuelle. (jeu de chevaux…)

Exemple : Présenter des configurations aux élèves ainsi que les chiffres arabes et leur demander d’entourer le chiffre arabe.

Travail sur la configuration et le code. Comment vont s’établir les relations avec les chiffres et les noms des nombres ?

A 4 ans, on peut aller jusqu’à 6

EN GS jusqu’à 10, 12 à travers toutes les notions évoquées.

**1 Des activités avec 1,2 ,3 :**

* **Comparer** (1,2 ,3) quelques soient les entités, les formes, plus, moins, **autant**, petit, moyen, grand.
* **Ordonner** par paires du plus petit au plus grand et inverse.
* **Passer** du Subitizing au comptage et inversement : jeux de petits chevaux, l’oie, situations sur l’écoute (frapper 2 fois et choisir le dé correspondant, vice versa prendre le dé et l’associer au bruit : décomposer le nombre)
* **Travailler** sur les leurres par rapport à la configuration de carte **mais sans dénombrement**!! Utilisation de la correspondance terme à terme pour trouver s’il y en a plus ou moins.

Matériel : coquillage, cailloux et différences très visuelle (éléphant, fourmi…)

Pour faciliter : utilisation d’une **collection témoin**

Associer à des **collections témoin  (Brissiaud) notamment les doigts.**

Elles peuvent être : les dominos, les règlettes cuisenaires, les dés, **les doigts,**

(cf diapo : différents codes analogiques) penser aux dominos avec plusieurs codes.

Puis plus tard, on ajoutera le code des chiffres (complètement différent).

PS jusqu’à Pâques pas de chiffre, on les introduit après. Idem en MS, GS pour les codes analogiques.

* **Composer et décomposer**: avec les doigts, les objets, les symboles.

Deux, trois

Résolution en action des transformations (ajouter, enlever, comparer mais sans opération)

Résolution en mettant les symboles : d’abord les doigts, puis les symboles (nom des nombres, chiffres arabes). Trois jetons et deux jetons fait 5 jetons (dénombrement) mais le passage à l’écriture est impossible.

**2 Exploiter les petites quantités**: de 1à 3 puis 5 à 6 jusqu’à 10.

Plusieurs activités :

Chercher des entités dissimulées dans des boîtes opaques (non verbal), comparer des ensembles hétérogènes.

Trouver le résultat d’ajouts ou de retrait.

Passage du non verbal au verbal.

Mémoire et transformations : on place 1 jeton (ou plus) dans une boite opaque. On ajoute (ou on retire) 2, 3, 4 jetons sans que l’enfant puisse voir le résultat. On demande à l’enfant de produire lui-même le résultat avec ses propres jetons. On ne dit pas que l’on ajoute ou enlève 1 ? seule la dimension mentale est travaillée.

SOURCE DE L’ECHEC : INTRODUCTION PRECOCE DES SYMBOLES !

Difficultés :

Evoquer les actions (le langage) est plus difficile que la perception, à chaque fois que l’on utiliser le langage, risques d’échecs !!

Les noms des nombres sont des abstractions.

Passer du comptage au cardinal, et réciproquement.

Comptage et correspondance terme à terme.

Problèmes verbaux :

**Petites histoires illustrées**: problème du type état initial(EI) puis transformation (T) puis état final. (EF)

**Trois cas :** EI et T connus, trouver EF ; EI et EF connus, trouver T ; T et EF connu, trouver EI.

On illustre le connu (2 images) et on illustre partiellement ce qui est cherché

**Peu à peu** nombres croissants : images enlevées, CP ?

De la PS à la GS

Passer à 4, 5, 6 en MS puis 7, 8, 9, 10 en GS

Les activités restent les mêmes, toutes

Les nombres sont de plus en plus grands, les présentations sont de moins en moins illustrées (selon les élèves) de plus en plus verbales.

LES OBJECTIFS DU CYCLE 1 SONT IMPERATFIS !!!!

**APPRENDRE LE NOMBRE AU CYCLE 1
PARTIE 2 : LE 07/02/2017**

 **LA SYMBOLIQUE DU NOMBRE**

2 est un signifiant. S’il est mis en contexte c’est un signifié (contexte).

OBJECTIF DU CYCLE 1 : Consolider les compétences de la partie 1 et de commencer la symbolique des chiffres

Les premières quantités (1, 2, 3) représentées spatialement sont discriminées mais ne sont pas comprises comme quantité à dénombrer.

Importance des codes analogiques dans les référents SANS CHIFFRE car ils permettent la convention.

L’école n’est pas là pour constater les performances mais pour les faire évoluer dans le sens d’une pratique plus exacte, plus rapide….

**I VERS LA SYMBOLISATION :**

**OBJECTIF** : assurer le passage d’un traitement intuitif et approximatif des grandeurs et des quantités à un traitement précis.

**Ce que les élèves ne savent pas :**

A quoi servent les noms de nombres et nombres ; relation entre subitizing et comptage.

Dénombrer de manière précise.

Relier le nom des nombres aux quantités.

Comment fonctionne le système numérique : composition et décompositions.

Evoquer des quantités : à partir du verbal ou des noms de nombres.

1 **Associer les symboles aux quantités et utiliser les deux**:

Deux parties dans le cerveau : une qui se représente de manière analogique des grandeurs et des quantités. Elles sont approximatives dès la naissance de faire des estimations, comparaisons…

Approximative, comparaison

Travail de l’école : dénombrer et se représenter la quantité lorsqu’un nombre est énoncé

Langage

Chiffres arabes

Bouliers, doigts, encoches

**L’importance des codes :**

Source principale de difficulté que rencontrent les enfants : **le code, sa signification**, sa **vitesse** d’accès dans les 2 sens, **sa manipulation** (composer et décomposer les signifiants).

Les connaissances symboliques : le code (noms de nombres et chiffres arabes)

L’évolution de la chaîne verbale : jusqu’à 3 pas de problème, ensuite elle s’acquiert partiellement puis de manière hasardeuse.

4 niveaux d’organisation : chapelet (de 1à 10 par cœur aucune intérêt)

Chaine insécable jusqu’à 10  (amorçage difficile mais nécessaire qui permet de :

 compter à partir de 3/8/5

 compter jusqu’à (mémoire), de … jusqu’à (difficile) ,

 compter à rebours ; avant/après

Chaine terminale : la plus utile pour soustraire et additionner : compter N à partir de X, compter de X à Y pour déterminer combien,

Pas de séance longue !

La moyenne section et le début de la GS sont les périodes où les différences interindividuelles **sont les plus importantes**, d’où l’intérêt de faire les activités citées en amont. Les performances s’améliorent très vite si des activités régulières et simples sont mises en place.

**2 LA QUANTIFICATION**:

 Pour les jeunes enfants : cartes avec paires quantifiées

 Demander aux enfants de montrer 3, 2….outil diagnostic pour savoir où est l’enfant. En utilisant le nom des chiffres ou d’autres codes (dominos, mains….) on peut savoir s’ils sont capables de discriminer les quantités à partir des noms de nombres.

Un constat  des réussites des élèves avant 6 ans:

* Reproduire un nombre d’objets avec d’autres objets (3 ans)
* Imiter un nombre de coups frappés (réussi à 5 ans et demi pour 3).
* Dire combien on a entendu de coup (dénombrer du séquentiel (4 ans et demi).
* Reproduire un nombre donné d’objets
* Montrer autant de doigts que d’objets que de doigts
* Imiter un nombre de coups frappés
* Dire combien on a entendu de coups

La performance avec les nombres ne dépend pas des nombres manipulés mais des activités.

On ne peut donc conclure que si une activité est réussie, le nombre N est acquis.

La réussite à traiter 3 dépend **des tâches** à réaliser et de l’âge. On ne peut dissocier les savoirs des savoir-faire.

Les enfants apprennent à traiter des situations précises dans lesquelles le nombre 3  est utilisé.

Résultat du comptage chez les 2/3 ans : Nourrir un animal sans nommer les quantités mais par imitation (activité à faire varier). Sur le nombre d’entités insérées, les résultats baissent avec deux successivement. A voir pour le séquencement. Puis baisse à 50% avec 3.

Ces enfants n’arrivent pas à utiliser le dénombrement et la relation entre chiffre et quantité.

FIN DE CYCLE 1, DOIVENT ÊTRE CAPABLES JUSQU’À 10

**Des apprentissages fondamentaux**:

* Apprendre à associer de manière précise les symboles et les quantités précises.
* Apprendre qu’ajouter une à une quantité et avancer de un dans la suite verbale ou dans la suite des chiffres conduit au nombre suivant.
* Apprendre que le nombre suivant (et ceux qui suivent) est plus grand que le précédent, de un.

**3 Les difficultés relatives au cardinal**:

De la représentation analogique à la représentation verbale :

Deux problèmes : la catégorisation

 Le langage code la quantité par l’ordre : 6>5 puisque 6 vient après 5…….

**La catégorisation :**

Construire des situations dans lesquelles on va montrer différentes quantités et ils doivent trouver les correspondances des nombres à partir d’entités différentes.

La reconnaissance de l’équivalence numérique (cardinal) est d’autant plus facile si les entités se ressemblent (coquillage, cailloux..), la disposition spatiale est proche, les enfants connaissent la suite conventionnelle des noms de nombres,

A TRAVAILLER SOUVENT AVEC DES ENTITÉS VARIÉES (VARIABLES DIDACTIQUES)

**Le langage**:

Les chiffres arabes aussi

Plusieurs apprentissages :

Le nom des nombres 1, 2, 3 en les associant à des quantités.

Cette acquisition, lente suit un ordre :

En premier, UN puis DEUX puis TROIS.

Cette acquisition est mise en évidence par, d’une part, « donne N », d’autre part combien y a -t-il de carte ?

Peu de temps après être devenus « sachant 3 ou 4 », ils découvrent le principe cardinal et la fonction de successeur (N, N+1,N+1+1….)

**DES QUESTIONS**:

Le concept **d’absence est le 0** et pour le signifier, il vaut mieux la feuille blanche ou la boîte fermée mais éviter le poing fermé qui représente déjà quelque chose.

Le code : est-il important de l’uniformiser au cours du cycle 1 ? dans la classe, faire varier les codes lorsque les élèves acquièrent la convention, lorsqu’ils comptent les laisser utiliser ce qu’ils veulent.

Le séquentiel permet de travailler le cardinal et non l’ordinal, on peut le faire lorsqu’on demande à l’élève de repérer le 2°, le 3°.

Spatial : ce qui est perceptivement présent dans l’espace simultanément.

Il faut enseigner chaque jour l’ordinal, le cardinal, le séquentiel et le spatial. Pour que l’apprentissage soit progressif, il doit se faire **TOUS LES JOURS**.

**Les PROGRESSIONS** doivent intégrer : les quantités, les activités (ajouter, enlever, autant…), le traitement perceptif au traitement abstrait (des référents, à des manipulations mentales, à des automatismes).

**JOUR 3 : DES APPRENTISSAGES :**

**LENTS ET HIÉRARCHISÉS**: 1-2 ;3 ;4-5 ;6 ;7-8-9-10

**Dépendant des situations**: mettre autant, donner n (autant, plus moins), prendre, **Dénombrer** (séquentiel, spatial, digital), composer, décomposer, ordonner

**Mobilisant** (dynamique dans le temps) perception, évocation, calcul mental

BRISSIAUD : Pour dénombrer le cardinal, DEPLACER les objets, les quantités.

**Des transformations aux opérations :**

PS quantités de jetons, de bonbons, de billes……ils vont associer ces quantités au code verbal. Pas de compréhension de la quantité mais étiquetage, des éléments isolés.

Puis chercher le tout : réunion physique quantité 1, quantité 2, ils vont trouver la quantité résultante.

PUIS compter tout : 2 PUIS 4, réunion physique mais aucune relation entre 2, 4 et 6.

Peu à peu elle s’installe, ils ne comprennent pas que ce qui se fait avec les objets peuvent se faire avec les symboles.

GS :

Compter à partir du premier et poursuivre de 1 à 6, ils conservent la trace de ce qu’ils ajoutent. On installe le comptage mental.

VERS 5 ANS : il COMPRENNENT intuitivement la commutativité de l’addition et qu’il est plus simple de manipuler les symboles que les objets.

**Objectif :** ne plus évoquer les objets et comprendre que travailler sur les symboles c’est comme si on travaillait sur le monde.

**CONCLURE**
3 années de travail, tous les jours un peu, des objectifs et du temps

Progression à établir très lente mais volontariste ; faire réussir et progresser

Ludique pour l’enfant, pas pour l’enseignant

Compter : dénombrer, apparier composer/décomposer, représenter….

**SYNTHESE DES PROGRESSIONS PAR DOMAINES**

***Groupe cardinal/ordinal***

Notion de cardinal. Pour la travailler :

* Correspondance terme à terme :
* Dénombrement :
* Simultané ou non
* D’abord perceptif (objet) puis évocation (évoquer les collections) enfin utilisation des codes symboliques
* Cardinal peut être composé de plusieurs parties (composition/décomposition)
* Multiplier les situations pour aller vers construction abstraite du cardinal : passer du perceptif au symbolique

Avant de passer à la mise en ordre (ordinalité), travailler avec des segments et comparer : aussi long, plus long, plus court, moins longs, … avec des données continues)

***Résolution de problème***

PS : compte sans quantité. Comment était la maison du début (avant, après)
Ne pas introduire le numérique avant d’avoir mis en place le contexte, le lexique, …
On ne cherche généralement que l’état final. Transformation de 1 en PS, MS. En GS, 2 et peut être 3.
Calcul de l’état initial est difficile : pour la GS

Rajouter les jours de la semaine, …

***Dénombrement***

***Décomposer/composer***

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | Objectifs | Mise en œuvre | Déroulement | Observations | Evolutions possibles |
| MS Les 3 petits cochons (album à problème) | Composer et décomposer les nombres de 1 à 3 | Pb observation procédure de dénombrement. | Les cochons viennent se réfugier dans la maison en briqueAjout puis retrait | Maitrise du dénombrement.Les doigts viennent en appui. | Demander des réponses non-verbales (doigts)Petits groupes nécessaires : groupes de besoins.Remplacer la mémoire visuelle par des objets concrets.Jouer ce qu’il s’est passé avec personnages, avec des cubes, avec des doigts puis avec les symboles : vers une progression du concret au symbolique. |
| MS/GS ligne numérique ; Jeu de la course de voitures | Comprendre le lien entre aspect cardinal et ordinal. Se déplacer sur une piste. Utiliser le nbre pour désigner la position sur la file numérique.Objectifs langagiers | Dé avec 5 constellations. Boites à compter pour vérification | Lancer 2 dés et faire avancer sa voiture sur la file | Déplacement sur la piste difficileDénombrer sur 2 dés pose pb.Garder la quantité en mémoire.Hétérogénéité du groupe ;Pb d choix de la voiture | Donner une boite à jetons à tous les enfants.Placer sur une ligne numérique (0 à 20) le nombre tiré. Plusieurs lignes dans un carnet, Ne pas dépasser 20 cases sur le plateau de jeu.Placer des nombres sur la file numérique |
| Livre pb Hansel et Gretel | Trouver l’EF et l’E intermédiaire sans une situation problème. |  | Combien de bonbons ont été mangés | Les enfants ayant eu des réponses spontanées correctes ont été mis en difficulté par la manipulation.Pb compréhension et de représentation de la situation.Expliciter l’habillage langagier : faire reformuler l’histoire ou la situation proposée. | Donner le nombre et l’évoquer |
| PS Boîte opaque | SE représenter le cardinal d’une petite quantité | Mettre la même quantité sur le plateau que de bouchons dans la boite. | Phase de manipulation, vocabulaire. |  | Difficulté passage d’une représentation séquentielle à une représentation cardinaleMettre 2 objets en même temps : pour aller vers le séquentielProgression : d’un ensemble d’objet vers le séquentiel  |
| PS son | D2NOMBER 1 2 3Stabiliser connaissances des petits nombres |  | Montrer autant de bouchons que de bruits entendus.Montrer ensuite les doigts.Montrer les constellations.(ne marche pas, trop abstrait)Passage du spatial à séquence très difficile en PS | Du séquentiel au spatial : sons : séquentiels, bouchon : spatial |  |
| MS LIGNE NUM2RIQUE | Dénombrement de 5Passer de la perception à la représentation cardinale.Passer du cardinal au séquentiel | Reconnaissance de la constellation du dé (doigts) | 1 souris se déplace sur le plateauLancer un dé avec les doigts. Prendre les jetons correspondants. |  |  |