

DES PROBLÈMES GÉOMÉTRIQUES POUR LE CYCLE 3

D'APRÈS LES TRAVAUX DU GROUPE
« MATHÉMATIQUES » DE L'ACADÉMIE DE LYON.

LA GEOMETRIE c'est:

La science de l'espace, partie des mathématiques qui a pour objet l'étude de situations, d'organisations et de relations de notre espace sensible.

« la géométrie part du monde sensible pour le constituer en monde géométrique, celui des points, des droites, des cercles... » Y Chevallard



Des connaissances spatiales et des connaissances « géométriques »

LES CONNAISSANCES SPATIALES* permettent de développer la vision de l'espace, de contrôler perceptivement ses rapports à l'espace et résoudre des problèmes comme:

Se repérer, se diriger, se déplacer

Recueillir, mémoriser, communiquer les informations liées aux objets, à des positions, des déplacements...

Elle se rencontrent dans des situations d'actions dans l'espace sensible



DES CONNAISSANCES GEOMETRIQUES:

Celles qui se réfèrent à **un savoir** mathématique, relatif à des **concepts** théoriques, organisés autour **de définitions** et théorèmes.

Elles permettent de **résoudre des problèmes** spatiaux par l'intermédiaire d'une modélisation et des problèmes théoriques en s'appuyant sur des représentations.

Alors que l'enfant dispose de connaissances spatiales avant son entrée à l'école, les connaissances géométriques doivent être enseignées pour exister.

Leur mise en œuvre pour résoudre un problème de géométrie nécessite un **raisonnement** s'appuyant sur les règles du débat mathématique

IDENTIFICATION DES CONNAISSANCES CHEZ LES ÉLÈVES

DES CONNAISSANCES IMPLICITES: L'élève met en œuvre

Des actions qui s'appuient sur des connaissances spatiales. Elles peuvent être mises en œuvre avec des connaissances géométriques.

Des images mentales qui dispensent l'élève d'une action réelle sur les objets.

Les images mentales l'aident à mieux isoler, spécifier ou commencer d'analyser les figures.

L'élève dispose aussi de **savoir-faire** liés à la production à la reconnaissance d'objets ou à la validation des relations:

Dans l'espace sensible: utiliser des pliages, contrôler l'alignement de points...

Dans le domaine spatio-graphique: tracer une parallèle avec un instrument, vérifier un angle droit avec un gabarit ou un pliage...

L'élève peut aussi, pour évoquer des objets ou des relations: des gestes, son langage (c'est comme...), des graphiques (croquis, schémas..)

A PROPOS DES PROGRAMMES

Deux points importants pour penser leur mise en œuvre

- . La pratique des mathématiques développe le goût de la recherche et du raisonnement, l'imagination et les capacités d'abstraction, la rigueur et la précision.
- . L'acquisition des mécanismes en mathématiques est toujours associée à une intelligence de leur signification.

Sur la résolution de problèmes

- .. La résolution de problèmes joue un rôle essentiel dans l'activité mathématique. Elle est présente dans tous les domaines et s'exerce à tous les stades des apprentissages. (*Programmes, 2008*)

La résolution de problèmes constitue le critère principal de la maîtrise des connaissances dans tous les domaines des mathématiques, mais elle est également le moyen d'en assurer une appropriation qui en garantit le sens. (2016)

Les activités géométriques pratiquées au C3 (....) Une part plus importante est accordée au raisonnement et à l'argumentation qui complètent la perception et l'usage des instruments. Elles sont aussi l'occasion de fréquenter de nouvelles représentations de l'espace (patrons, perspectives, vues de face, de côté, de dessous...) En complément de l'usage du papier, de la manipulation d'objets concrets, les outils numériques sont progressivement introduits. (2016)

L'objectif principal de l'enseignement de la géométrie au cycle 3 est de permettre aux élèves de passer progressivement d'une reconnaissance perceptive des objets à une étude fondée sur le recours aux instruments de tracé et de mesure.

C'est dans la solution de problèmes que sont élaborées les notions et que sont extraites les propriétés pertinentes. Gérard Vergnaud

APPRENTISSAGE SUR LE LONG TERME

AUX C1 et C2	Géométrie de la perception	Est vrai ce qui est vu comme vrai	L'outil est l'oeil
A la fin du C2 et C3	Géométrie instrumentée et introduction du numérique	Est vrai ce qui est contrôlée par des instruments	La boîte à outil: compas, règle, équerre, rapporteur...
Au C4	Géométrie déductive	Est vrai ce qui est démontré:	Propriétés, théorèmes

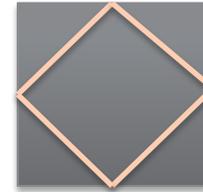
RECONNAISSANCE DU CARRÉ:

Au CP, seul A est reconnu comme carré.



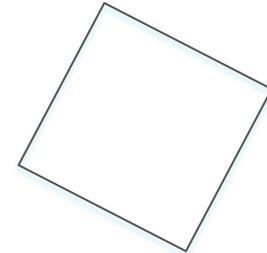
A

Au CE2 B devra l'être aussi.



B

En 6°, C également



C

LA RÉOLUTION DE PROBLÈME EN GÉOMÉTRIE

Elle permet de mobiliser des connaissances et de les faire fonctionner comme des outils. On distingue 4 niveaux d'expertise:

Résolution perceptive : les enfants identifient à l'œil un carré. Cette résolution les amène à faire **une estimation du résultat**.

Résolution pratique : c'est celle des élèves qui collent, découpent, superposent... bricolent **pour rendre réelle et concrète leur estimation**.

Résolution pratico mathématique : Les élèves **mesurent, modélisent**. Ils sont à la frontière entre le concret et les mathématiques. Ils vont construire une maquette, faire un schéma...

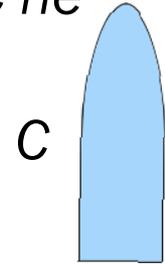
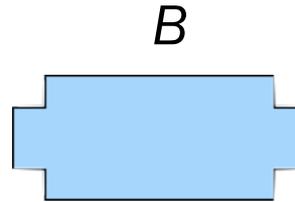
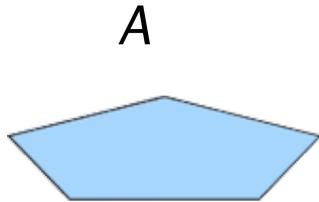
Résolution démonstration : Les élèves sont passés de l'objet réel à l'objet mathématique, ils **sont en mesure de généraliser** : ces droites sont parallèles car elles sont toutes les deux perpendiculaires à une troisième...

PRINCIPES DIDACTIQUES EN GÉOMÉTRIE*

- 1/ Le principe de pluralité:** *Une même structure doit être présentée sous des formes variées. Associer de nombreux exemples à un concept.*
- 2/ Le principe de hiérarchisation:** *Nécessité de replacer un concept parmi d'autres plus généraux. Les concepts mathématiques ne sont pas isolés.*
- 3/ Le principe dynamique:** Des jeux préliminaires, structurés et concrets apportent des expériences nécessaires à partir desquelles les concepts géométriques peuvent se construire, à condition que chaque type d'activité soit programmé au moment approprié.

4/ Le principe de négation: *Lors de la présentation d'un concept il faut le situer par rapport au non-concept*

Expliquer pourquoi les figures A et B sont des polygones et C ne l'est pas:



5/ Le principe de constructivité: *La construction intuitive devra précéder l'analyse et la pensée réflexive. Donner à l'élève la possibilité de découvrir des faits par lui-même.*

6/ Le principe d'auto-correction: *L'enfant progresse en corrigeant lui-même ses erreurs.*

7/ Le principe de variabilité didactique:

8/ Le principe de variabilité perceptuelle: *Présenter le concept en faisant appel à tous les moyens de perception possibles.*

9/ Le principe d'utilisation des représentations: *Toutes les représentations graphiques facilitant la **représentation mentale** seront utilisées.*

10/ Le principe d'expérimentation: *L'élève acquiert ses concepts à l'aide de ses expériences propres.*

LES ETAPES NECESSAIRES POUR CONSTRUIRE LES SAVOIRS

CONSTRUIRE

DECRIRE

REPRODUIRE

PRODUIRE

REPRESENTER



REPRODUIRE: C'est réaliser une copie de l'objet à l'identique. L'élève doit :

- analyser la figure
- mobiliser les propriétés de la figure pour définir une chronologie des tracés
- faire un choix d'instruments - mettre en place des contrôles
- *Variables : la complexité de l'objet, le support, les outils . Validation : par superposition*

CONSTRUIRE: *A partir d'un programme de construction* L'élève doit maîtriser :
le vocabulaire et sa signification ,les propriétés des objets ,la syntaxe spécifique de la géométrie

A partir d'un schéma coté, l'élève doit :

- connaître les conventions de codage
- analyser une figure
- distinguer la figure du dessin

A partir de rien : C'est une reproduction sans modèle, où on doit concevoir l'objet, et choisir le matériel en fonction des contraintes du problème.

REPRESENTER: Dans le cas d'un objet de l'espace , L'élève doit :

faire abstraction de certaines propriétés de l'objet , connaître les conventions

C'est avec le passage à la représentation que commence l'activité mathématique proprement dite. Il s'agit avant tout de garder la mémoire de l'objet. Pour pouvoir le reconstruire quand le matériel sera à nouveau disponible, ou pour résoudre un problème en l'absence de l'objet. Il ne s'agit donc pas de rechercher l'exactitude de la reproduction. Et c'est là qu'il faudra faire l'apprentissage de la figure à main levée avant la représentation codifiée

DECRIRE:

identifier les caractéristiques des figures, maîtriser le vocabulaire

Variables : le choix des figures qui oriente vers une description globale ou par les propriétés, les caractéristiques des figures qui conduisent à tenir compte d'un ou plusieurs critères, le choix des caractéristiques discriminantes, les outils mis à disposition pour prendre de l'information

Pour reproduire une figure l'élève doit :

- analyser la figure
- communiquer les différentes étapes de la construction, ce qui nécessite de :
définir une chronologie,
choisir le vocabulaire adapté, se décentrer pour contrôler que le message est recevable par un tiers .

QUELS OBSTACLES, QUELLES DIFFICULTÉS?

Représenter des objets dans l'espace demande de maîtriser des outils difficiles (perspective, patron)

Construire du savoir géométrique demande de structurer les connaissances sur les formes et structurer les connaissances sur les relations spatiales qu'ont les formes entre elles.

Passer de l'objet au concept mathématique demande la maîtrise de 4 instances: l'objet physique, la reproduction de l'objet (sur papier, pâte à modeler,...) ,la représentation codifiée sur papier avec outils adaptés ,le concept (la représentation existe indépendamment de l'objet de départ)

Distinguer objets élémentaires - objets premiers

CONSEILS PRATIQUES

Plus la feuille sur laquelle je trace est grande plus les erreurs se verront et on aura une perception facilitée.

L'outil que je donne est celui qui sera utilisé, d'où l'idée d'une boîte à outils en géométrie où ils sont rassemblés et dans laquelle l'élève choisit celui qu'il veut utiliser.(Gabarits : angle droit, angles, longueurs Règle graduée ou non, équerres, guide-âne ,compas ,calque, pliage papier quadrillé, ...)

La mise en commun doit avoir lieu avant la validation car il n'y a aucun intérêt à discuter de quelque chose que je sais vrai.

Il y a un écart entre la validation de la production et celle de la procédure : un tracé fait « au pif » peut être juste alors que celui fait avec les instruments peut par maladresse être faux .Pour valider une procédure qui ne laisse pas de trace on peut la faire faire au tableau par un élève, elle peut alors être mise en mots.

LANGAGE ET GEOMETRIE

Le vocabulaire est **spécifique**, non familier pour l'élève. (ex segment, perpendiculaire)

En géométrie, le vocabulaire spécifie **les notions** qu'il désigne et il est adéquat au concept. Chaque terme géométrique condense **un savoir** (ex la droite).

Le vocabulaire devra donc être entendu, utilisé plusieurs fois avant d'être institutionnalisé.

Le langage géométrique comporte un lexique mais aussi des expressions caractéristiques: « cercle passant par deux sommets du carré »

Le langage géométrique comporte des signes graphiques qui codent une relation ou une propriété géométrique. Il sera utilisé que s'il est maîtrisé en langage.

Le langage en géométrie est indispensable car il permet d'effectuer une analyse de la tâche et de la figure, décrire une production, une méthode, justifier. La verbalisation est donc une étape indispensable pour l'acquisition des connaissances en géométrie.