

POUR ENSEIGNER LES NOMBRES, LE CALCUL ET LA RÉOLUTION DE PROBLÈMES AU CP

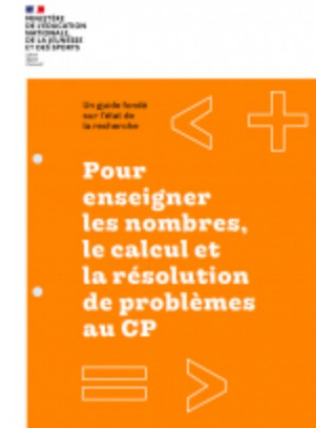
PRÉSENTATION ET ANALYSE

GUIDE EDUSCOL 2020



○ Les chapitres s'organisent autour de 7 domaines :

- ▶ I - Quels systèmes de numération enseigner, pourquoi et comment ?
- ▶ II - Calcul et sens des opérations
- ▶ III - Résolution de problèmes et modélisation
- ▶ IV - Quels matériels et pour quelle utilisation en mathématiques au CP ?
- ▶ V - Le jeu dans l'apprentissage des mathématiques
- ▶ VI - Comment analyser et choisir un manuel de mathématiques pour le CP ?
- ▶ VII - Programmer sa progression au CP



○ Un guide orienté vers un domaine fondamental

En avant-propos, il est indiqué que le présent guide se centre sur un domaine fondamental des mathématiques : **l'enseignement des nombres, du calcul et de la résolution de problèmes arithmétiques au CP.**

Il a été élaboré autour de l'idée que l'enseignement du nombre au CP résulte d'un équilibre fécond entre construction de connaissances et d'automatismes sur les nombres, sens des opérations et maîtrise des techniques opératoires.

Bien évidemment, d'autres domaines des mathématiques sont fondamentaux comme la géométrie, les grandeurs et les mesures mais ne font pas l'objet d'études dans ce guide, ce qui n'indique aucunement une hiérarchie.

Ce guide souligne l'importance :

- du lien entre sens et technique
- de la distinction des deux systèmes de numération (orale et écrite)
- du travail des différents modes de calcul (mental, en ligne, posé)

- de la manipulation et de la verbalisation dans les apprentissages
- des cheminements cognitifs pour passer de la manipulation à l'abstraction
- de la modélisation dans la résolution de problèmes
- d'un texte du savoir (écrit de référence)

1. Quels systèmes de numération enseigner, pourquoi, comment ?

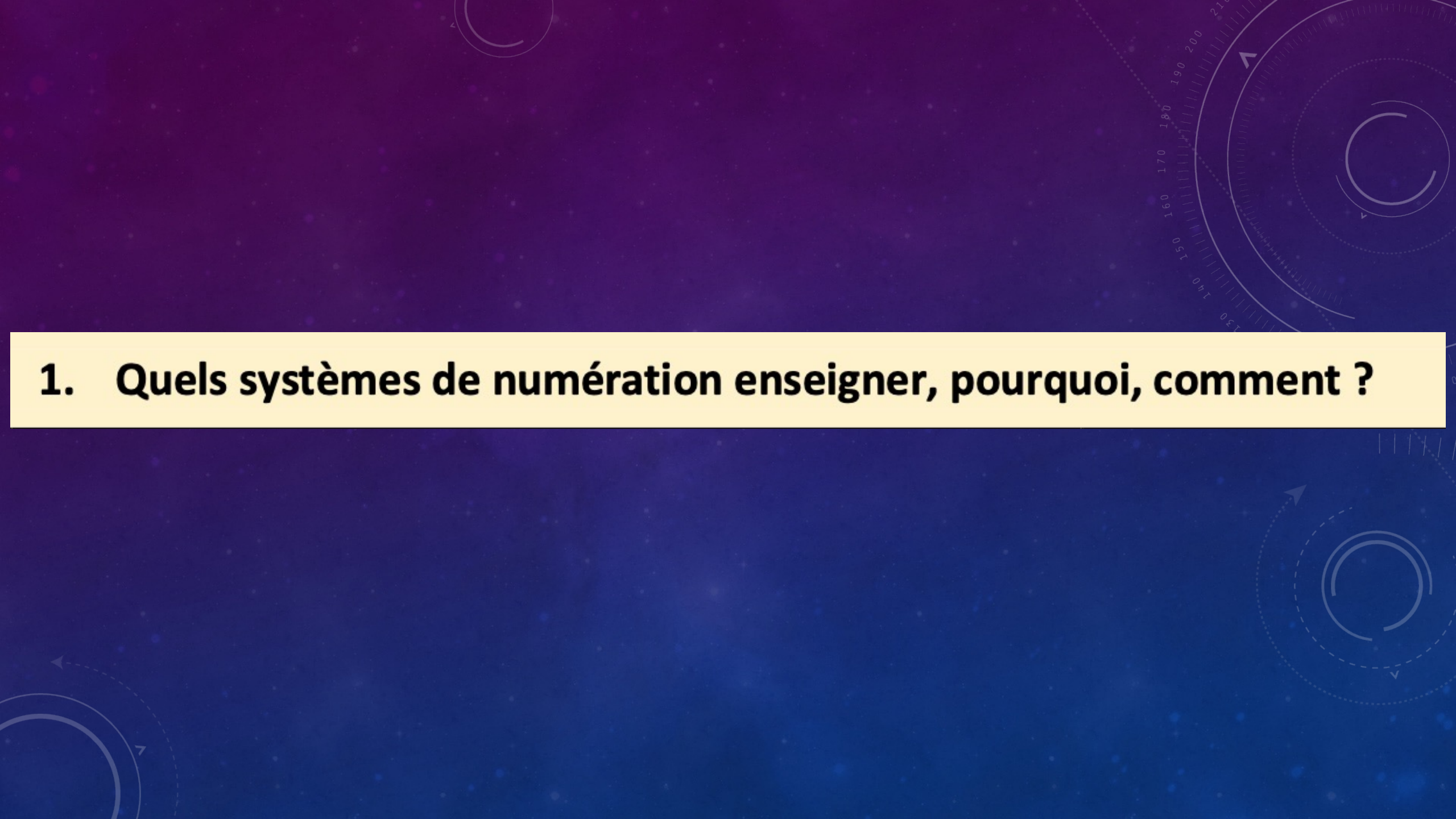
2. Calcul et sens des opérations

3. Résolution de problèmes et modélisation

4. Quels matériels et pour quelle utilisation ?

5. Le jeu dans l'apprentissage des mathématiques

6. Analyse et choix d'un manuel en cp
7. Programmer sa progression en CP



1. Quels systèmes de numération enseigner, pourquoi, comment ?

Principes fondamentaux

Deux systèmes de numération distincts:

- les noms des nombres à l'oral qui se trouvent dans la **comptine numérique** en français
- les **désignations écrites chiffrées** des nombres qui utilisent dix chiffres.

Méthodologie

Comptine orale (Petite comptine et grande comptine) et écrite. (voir p 37)

Présentation non linéaire mais en bandes superposées faisant apparaître les régularités.

Représentations diverses de la dizaine.

Nom du nombre différent de l'écriture chiffrée (ex 70).

Ecriture chiffrée : valeur positionnelle du nombre.

Utilisation de comptine jusqu'à 10 pour faire des paquets de 10 et écrire le nombre.

Travail de comparaison permet de renforcer le lien entre les deux systèmes de numération.

Correspondance terme à terme

Nom du nombre par comptage de un en un.

Nom du nombre par comptage de dix en dix

Ecriture chiffrée

La centaine est évoquée à partir du CE1.

Progression

Renforcement des connaissances de GS (nombres jusque 19)

Comptine numérique :

Comptine jusque 30 (GS)

Fin période 4 jusque 100

Construire le système de numération chiffrée :

Période 1 et 2 : Notion de dizaine (paquets de dix) et assemblage de dizaines et unités.

Fin de période 2 : la numération écrite chiffrée pour les nombres jusque 100 (utilisation dizaines et unités).

Notion ordinale du nombre travaillée de la période 1 à la période 4.

Période 5 : retour sur les points de difficultés. Développer le lien entre la numération et le calcul.

2. Calcul et sens des opérations

Principes fondamentaux

- Manipulation / verbalisation / abstraction
- Mémorisation de faits numériques, apprentissage de procédures et d'algorithmes
- Calcul mental : numération orale, calcul en ligne
- Calcul posé : numération écrite chiffrée
- Passer de procédures de comptage sur les objets à des procédures de calcul
- Formaliser addition et soustraction (signes + et -)

- Sens de la multiplication et de la division
- Développer une pratique aisée du calcul sous toutes ses formes (mental, en ligne, posé)
- Place prépondérante au calcul mental et au calcul en ligne
- Attention particulière sur l'institutionnalisation : hiérarchiser les procédures, débattre, statuer sur leur portée.
- Estimer le résultat d'un calcul soit pour l'anticiper soit pour le contrôler après l'avoir réalisé

Méthodologie

- Algorithme de l'addition posée : enseignement précis, guidé, normalisé, en période 3 ou 4
- Ardoise : outil pour l'entraînement et la prise d'information par l'enseignant - autorise l'erreur, facilite l'engagement
- Cahier de leçons : résultats à connaître et à mémoriser (faits numériques, procédures), algorithme de l'addition posée
- Cahier de brouillon ou d'essais : garder trace de ses procédures / emploi de tablettes
- Introduction des symboles (+, -, =) dès le 1er trimestre
- Situation de référence : situation de la boîte - dès le début de CP dans des situations d'ajout et de retrait de jetons, avec recherche de la quantité finale. Ensuite, elle évoluera vers des problèmes parties-tout avec recherche d'une partie.

TEMPS 1	Échauffement : activité très courte (max. 5 min) pour réactiver des faits numériques ou relations entre les nombres déjà mémorisés. Elle vise la réussite de tous.
TEMPS 2	Entraînement : activité de mémorisation des faits numériques ou de mobilisation de procédures élémentaires. Différentes modalités de travail (procédé Lamartinière, application en ligne comme Plickers par exemple, jeux, petits problèmes, etc.) peuvent être proposées.
TEMPS 3	Recherche : activité qui nécessite un temps de recherche individuelle des élèves et qui autorise l'usage de l'écrit. Elle donne lieu à une explicitation et hiérarchisation des procédures.

+ des temps de révision réguliers

Progression

Périodes 1 et 2

CALCUL MENTAL

Faits numériques

- Tables d'addition : introduction de certains résultats.
- Doubles des nombres (nombres jusqu'à 5 puis jusqu'à 10).
- Compléments à dix (nombres jusqu'à 10).
- Somme de deux nombres (résultat inférieur à 10).
- Décompositions additives des nombres (nombres jusqu'à 10).

Procédures élémentaires

- Ajout de 1, retrait de 1 (nombres jusqu'à 30).
- Ajout de 2, retrait de 2 (nombres jusqu'à 30).
- Ajout de 10 (aux nombres jusqu'à 10).
- Soustraire à 10 un nombre ≤ 5 (par exemple $10 - 3$).
- Commutativité de l'addition ($5 + 3 = 3 + 5$).

Combinaison de procédures

- Additions de deux nombres dont le résultat est ≤ 20 , sans franchissement de dizaine ($12 + 6$).
- Soustractions de type $a - b$ avec $a \leq 20$ et $b < 10$ ($9 - 3, 15 - 5$, etc.).

Symboles mathématiques

- Utilisation progressive des symboles « = », « + », « - » (en période 2).

- Dans le cadre de la construction des tables d'addition (suite et fin) : nombres jusqu'à 20 : presque-doubles : $6 + 5$; $8 + 7$, etc. ; appui sur 10 (par exemple, $7+5=10+2$ donc $7+5=12$).
- Commutativité et associativité de l'addition ($5+3=3+5$; $7+18+3=18+10$) – nombres jusqu'à 100.
- Addition et soustraction de dizaines entières ($40 + 30$; $45 - 30$) – nombres jusqu'à 100.

CALCUL EN LIGNE

- Addition de deux nombres sans franchissement de dizaine ($35 + 4$; $72 + 5$) puis avec franchissement de dizaine ($37 + 53$; $26 + 9$) – nombres jusqu'à 100.
- Soustraction de deux nombres sans retenue ($84 - 12$; $35 - 4$; $78 - 5$).
- Soustraction de deux nombres avec franchissement d'une dizaine ($15 - 6$; $13 - 5$) type $a-b$ avec $b < 10$.

CALCUL POSÉ

- Introduction de l'algorithme de l'addition posée (nombres jusqu'à 100).
- Entraînements dans divers cas, notamment avec des sommes de trois termes générant des retenues de 1 ou 2 dizaines.

Symboles mathématiques

Poursuite du travail sur les symboles « = », « + », « - ».
Introduction éventuelle du symbole « x » (période 5 ou début de CE1).

3. Résolution de problèmes et modélisation

Principes fondamentaux

- Apprendre à résoudre des problèmes
- Aborder de nouvelles notions (numération décimale, sens des opérations, langage mathématiques)
- consolider ces acquisitions

- provoquer des questionnements
- développer les capacités des élèves à chercher, raisonner et communiquer

Au cycle 2 : la résolution de problème au centre de l'activité mathématiques

Faire acquérir aux élèves des connaissances et des compétences leur permettant de:

- Comprendre le problème posé
- Etablir une stratégie pour le résoudre (analogie avec un modèle connu, décomposition en sous-problèmes connus, schématisation)
- Mettre en oeuvre une stratégie
- Revenir sur la solution et prendre du recul sur le travail

Trois types de problèmes :

1. Problèmes basiques (élémentaires), pb à deux données et il s'agit d'en déterminer une troisième
2. Problèmes complexes
3. Problèmes atypiques (pour apprendre à chercher)

Importance des écrits:

- Cahier personnel (traces des recherches)
- Cahier de leçons, de références
- Affichage collectif (énoncés sur lesquels les élèves ont travaillé effectivement)

Méthodologie

Résoudre des problèmes à travers la modélisation
(cycle 2)

Le lien avec la maternelle et importance du matériel.

Importance du triptyque manipuler, verbaliser, abstraire.

La place de la verbalisation dans l'accès à l'abstraction.

Manipulation active pour engager un travail cognitif
Représentation symbolique

Verbalisation à toutes les étapes du processus;

- du point de vue du professeur (étapes de la démarche, procédures, analogies, liens explicites, formulations du langage mathématique)
- du point de vue de l'élève (expliciter ses actions, sa démarche, ses solutions)

Progression

Démarrage début CP, puis travail régulier et structuré chaque année, non corrélé à l'autonomie en lecture des élèves
Des attendus de fin de Cp en résolution de problème dans les champs additifs et multiplicatifs (page 77)

Les problèmes arithmétiques élémentaires et complexes forment l'essentiel du travail.

Les fondamentaux (maternelle cycle 2) : vers l'abstraction (de la manipulation à la représentation symbolique en passant par la manipulation). Une progressivité de la maternelle au CP (page 84)

Afin de préparer les élèves de maternelle à accéder à ces représentations, le matériel tangible devra être progressivement remplacé par des objets manipulables moins figuratifs, comme des cubes emboîtables (cf. chapitre 4, paragraphe intitulé « Cubes emboîtables sécables. (page 85)

Faire le lien entre la numération et le calcul

- Poursuite du travail sur les situations de décomposition et recomposition de collections à partir d'objets concrets ou figuratifs
- Appropriation puis construction d'histoires sur les nombres mettant en œuvre les notions de partie et de tout
- Travail des problèmes de type additif en parallèle du travail sur la numération

Travailler des problèmes additifs simples (part 1 + part 2 = Tout). Nombres de petite taille en lien avec la numération et l'addition pour construire le sens des opérations

Modélisation progressive à partir du matériel manipulé en maternelle.

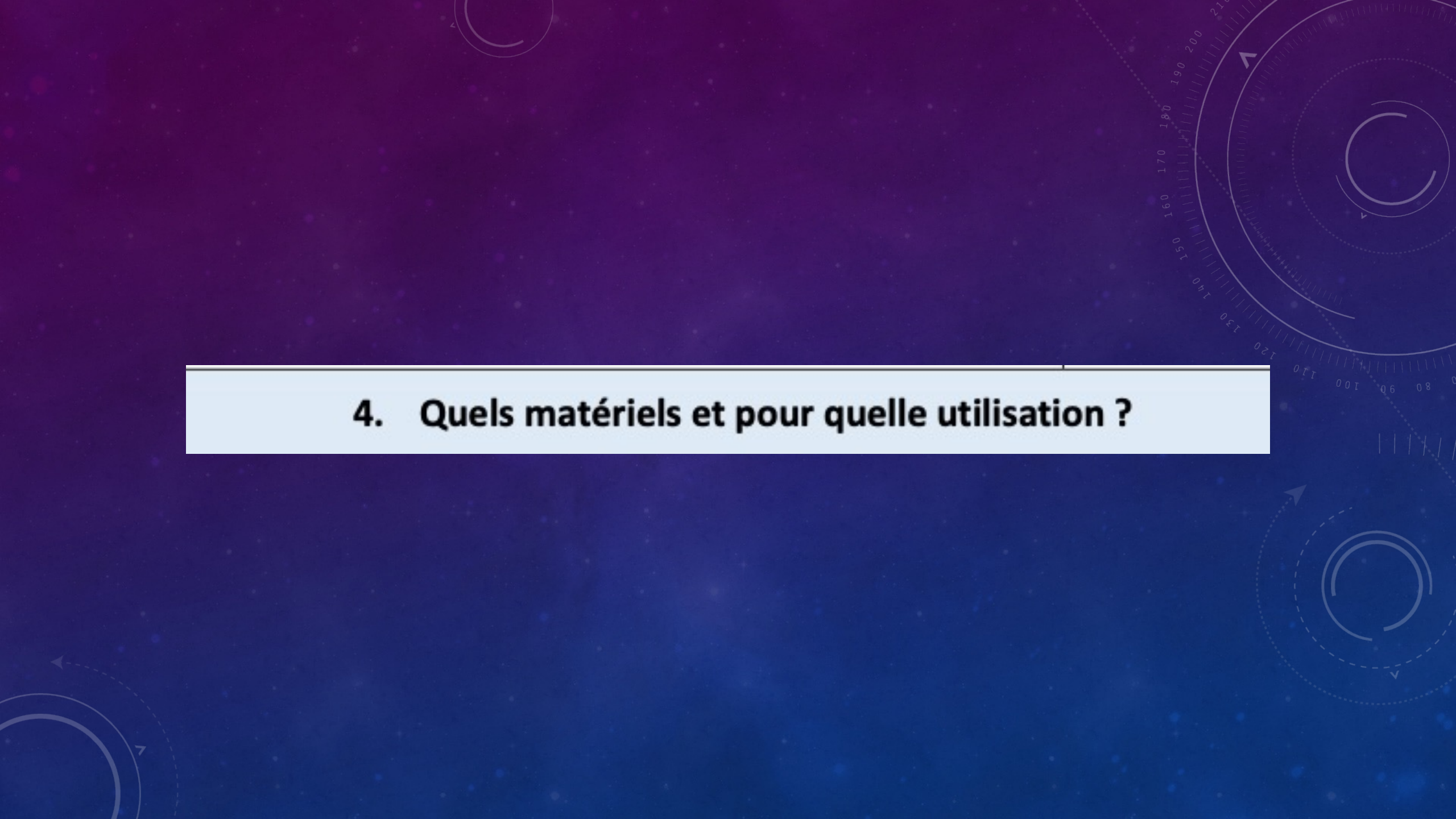
Modélisation introduite par l'enseignant lors de la mise en commun: il raconte l'histoire du problème en prenant appui sur le schéma

Introduction de la soustraction (recherche d'une partie à partir du même modèle)

Problèmes multiplicatifs (Recherche du tout/de la valeur d'une part/du nombre de parts)

Manipulations/Représentations imagées (rencontrer des configurations rectangulaires). Additions répétées

Des problèmes de tous les types doivent être traités dès le début de l'année. Il n'y a pas de progressivité du type problèmes additifs puis problèmes multiplicatifs.

The background is a dark blue gradient with a pattern of small white dots, resembling a starry sky. Overlaid on this are several faint, light blue technical diagrams. In the top right, there is a large circular diagram with concentric circles and radial lines, some labeled with numbers like 160, 170, 180, 190, 200, 210. In the bottom right, there is a circular diagram with concentric circles and a dashed line with an arrow. In the bottom left, there is a circular diagram with concentric circles and a dashed line with an arrow. In the top left, there is a small circular diagram with concentric circles.

4. Quels matériels et pour quelle utilisation ?

Principes fondamentaux

1. Régularité et constance : privilégier un matériel de référence qui pourra être utilisé tout au long du parcours de l'élève
2. Transparence : le matériel doit permettre d'aller du concret vers l'abstrait, progressivement
3. Sobriété : éviter tout ce qui pourrait distraire du fait d'une ressemblance possible avec des jeux ou des objets réel
4. Lien explicite entre le matériel et le concept mathématique qu'il représente

Méthodologie

Quelques remarques...

- l'utilisation du matériel n'est pas une fin en soi ; ce n'est pas la garantie d'un apprentissage
- le choix du matériel doit être réfléchi en équipe sur la base de critères didactiques et de façon à permettre une cohérence sur le parcours de l'élève
- le matériel est une possibilité qui permet une entrée concrète liée à la notion mais aussi un entraînement ou encore concourt à la différenciation et à l'évaluation

Progression

Matériels incontournables :

cubes emboîtables/unités/barres...

les frises numériques ; tableaux de nombres

la monnaie, pièces et billets

Matériels complémentaires :

compteurs, réglettes Cuisenaire, cartes à points, matériel multibase...

Matériel à questionner :

tableau de numération utilisé trop mécaniquement

matériel numérique en général (TBI, logiciels...) → questionner la didactique pour optimiser leur utilisation (différenciation, garder en mémoire les procédures des e...)

5. Le jeu dans l'apprentissage des mathématiques

Principes fondamentaux

Le jeu en mathématiques : nécessaire, mais pas suffisant (il doit dépasser la seule valence ludique pour prendre une dimension didactique)

—> Le jeu met en interaction des joueurs avec une situation d'apprentissage commune.

Bénéfices du jeu:

- l'évolution du sens donné aux notions mathématiques en manipulant et en se décentrant des objets d'apprentissage

- le développement de compétences transversales mobilisant logique, rigueur, concentration, mémoire et capacités d'abstraction
- la modification de la place de l'écrit par rapport à des exercices d'entraînement plus traditionnels
- Les élèves prennent plaisir à développer des stratégies et des raisonnements mathématiques.
- Le jeu favorise la mise en autonomie des élèves dans les phases de réinvestissement ou d'entraînement. (exemple: les cartes recto/verso)

Méthodologie(s) du jeu à l'école

Quel cadre pour le jeu en mathématiques ?

- 1-Définir les objectifs visés en lien avec les apprentissages programmés
- 2-Anticiper la place et la nature des interventions de l'enseignant, ainsi que les variables permettant une différenciation efficace
- 3-Choisir le moment de la séquence lors duquel on propose le jeu : Introduction d'une nouvelle notion, construction d'automatismes, approfondissement/remédiation

4- Anticipation des deux phases importantes : Validation-synthèse ***ET institutionnalisation*** (dans le cadre de l'introduction d'une nouvelle notion)

Quelles étapes pour le déroulement du jeu ?

- interactions entre pairs pour valider ou invalider les actions/vérification du respect des règles.
- élaboration collective d'un modèle d'action comme stratégie gagnante.
- validation de la stratégie gagnante à coup sûr.

Points de vigilance permettant d'analyser le potentiel didactique des jeux proposés

Cf. page 126 : Focus : Analyse des jeux mathématiques

- Questionner le choix des variables, qui peuvent influencer, orienter, voire définir les apprentissages visés et les stratégies mobilisées.
- Les variables permettent également une progressivité des apprentissages (sur l'année ou le cycle) à partir d'une même base connue des élèves.
- Le jeu permet à l'enseignant de se placer en retrait et d'engager les élèves dans une série de situations dont l'enjeu est une connaissance partagée. Il paraît

essentiel d'accorder une vigilance particulière à la place de l'enseignant sur les différentes phases du jeu.

- L'institutionnalisation et la trace doivent également faire l'objet d'une grande attention: de leur qualité dépend la construction de compétences transférables pour l'élève.

La question des logiciels ludiques : s'ils peuvent être proposés avec l'objectif de travailler l'automatisation de procédures, ils rendent plus difficile pour l'enseignant la lisibilité des stratégies utilisées. La plupart du temps, ils ne permettent pas non plus les interactions entre pairs. Néanmoins, en complément d'un jeu "traditionnel", ils peuvent permettre aux élèves de se confronter à une nouvelle situation dans laquelle ils peuvent transférer les compétences construites.

6. Analyse et choix d'un manuel en CP

Principes fondamentaux

- Le manuel est-il conforme aux instructions officielles?
 - Le manuel doit être un support pour accompagner l'élève en complément d'activités de manipulation ou de jeux, de phases de mise en commun et d'institutionnalisation.
 - La présence d'un guide du maître est indispensable (avec éléments didactiques et précision dans la description des séances)
 - Lisibilité du manuel
 - Une place suffisante est-elle accordée aux écrits des élèves (schémas, raisonnements, démarches, etc...)
-
- La structure globale des séances d'apprentissage : manipulation, institutionnalisation, différenciation ...

Limites / Points de vigilance

- L'enseignant ne doit pas se limiter ni se contraindre à n'utiliser que le manuel (le travail sur le seul fichier n'est pas suffisant pour construire les connaissances).
- Articulations des séances au sein d'une séquence intelligible.
- Temps de réactivation des savoirs antérieurs
- Est-ce que le manuel s'adapte à ma progression ou est-il figé dans son fonctionnement (organisation des séquences)?
- Le manuel est-il complété par des ressources numériques (pdf projetables, vidéos, exercices interactifs)
- Le manuel permet-il d'évaluer le niveau de compétence et la progression des élèves?

Programmation

Place de/du:

- La construction du nombre (désignations orale et écrite chiffrée).
- calcul mental (séquences complètes)
- L'approche du calcul posé (avec matériel / mise en lien avec la numération écrite chiffrée)
- le résolution de problèmes dans tous les domaines

7. Programmer sa progression en CP

Principes fondamentaux

- Réussir à articuler les différents champs numériques dans l'apprentissage des systèmes de numération, des calculs et de la résolution de problèmes tout en établissant une progression propre à chacun de ces trois domaines.
- tenir compte de la complexité sémantique des énoncés et la variété des contextes à aborder dans la résolution de problèmes
- Prise en compte des notions anciennes et des compétences maîtrisées à l'issue de la maternelle.
- Être au clair avec le système de numération choisi (cf travail du groupe 1)

Méthodologie

- faire le point sur les attendus de fin de cycle 1
- Les IO donne des objectifs par cycle avec des repères sur l'année.
Les objectifs du CP sont à mettre en perspective avec ceux du cycle 2 : la programmation en CP concerne donc toute l'équipe de cycle 2
-

Progression

Une programmation est proposée dans ce chapitre → celle indiquée donne des repères forts sur les apprentissages

➔ lire chapitre 7 du guide et documents eduscol (repères).